ARYTMETYKA
CZYLI
NAUKA
O
RACHUNKACH
Sposobem łatwym, y do wyższey Matematyki Reguł przystosowanym z Autorow wybornych
ZEBRANA
przez
X. PATRYCEGO SKARADKIEWICZA
Schol. Piar. Matematyki y Filozofii Professora.
EDYCYA TRZECIA.
poprawiona.

Za Nayłaskawszym Przywileiem.

w WARSZAWIE, 1776.
Nakładem MICHAŁA GROELLA,
J. K. M. Kommissarza y Bibliopoli,
w Marywilu No. 19. Pod znakiem Poetow.

Nemo ad Divinarum, humanarumque rerum cognitionem accedat, nisi prius annumerandi artem addiscat.

S. Augustinus Lib: de Doct: Christiana.

Do Boskich, y Ludzkich rzeczy poznania, niechay się nie zabiera, ktokolwiek wprzod w nauce o Rachunkach wydoskonalony nie będzie.

S. Augustyn w Księdze o nauce Chrześci.

DO CZYTELNIKA.

Wielu ieſt, ktorzy Arytmetykę Ludziom ſzczegulnie handlem, lub Reieſtrami bawiącym ſię, potrzebną bydź mniemaią. Mądrych Ludzi daleko inſze w tey mierze ieſt zdanie, ktorzy z właſnego doświadczenia naylepiey o tey Scyencyi ſądzić umieią. Geometrya, Fizyka, Architektura Cywilna, y Zołnierſka, zgoła wſzyſtkie Scyencye Praktyczne bez Arytmetyki niedoſtępne, y po większey części niezrozumiane ſą, tak dalece: że Plato Arytmetykę wſtępem do wſzyſtkich innych ſztuk, y umieiętności bydź mieni.

Spoſob, ktory w przepiſaniu Reguł Rachunkowych w tey Książce zachowałem, ſpodziewam ſię, że każdy łatwym, y wielce użytecznym bydź oſądzi, zwłaſzcza, że wzięty ieſt z wybornych, ktorzy w tym gatunku bydź mogą Autorow, a oſobliwie z X. Paulina Cheluccego S. P. ſławnego niegdyś Kraſomoſtwa w Akademii Rzymſkiey Profeſſora, y z X. Dalhama, publicznego w Akademii Wideńſkiey Matematyki, y Filozofii Nauczyciela.

Nowość ſłow, ktore z Łacińſkich terminow ſtarałem ſię wyłożyć, ażeby nikogo niezrażała, przydawałem natychmiaſt y terminy Łacińſkie tożſamo znaczące, aż z czaſem otarłſzy ſię, w zwyczay, y w powſzechne zażywanie wnidą.

Fundamenta, y Demonſtracye wſzyſtkich Operacyi Rachunkowych, ktore przytoczyłem, w każdym ten powinny uczynić ſkutek, naprzod, że pozna iż nie bez przyczyny każda Operacya tak odprawować ſię powinna, a tym ſamym lepiey ſobie ią wbiie w pamięć. Powtore, że przyzwyczaiwſzy ſię do tych krotſzych, y łatwieyſzych w Arytmetyce Demonſtracyi, z większą potym ſnadnością daleko trudnieyſze w Algebrze, w Matematyce, y w Fizyce poymie.

Progreſſye o ktorych doſyć obſzerną dałem naukę, do Trygonometryi, y do Logarytmow nieſkończenie ſą potrzebne. Frakcye Dzieſiątkowe do Algebry, z ktorey dokładnieyſze ich Opiſania, y Demonſtracye każdy do dalſzey Matematyki zabieraiący ſię, wyczyta.

NAU-

NAUKA
O RACHUNKACH

ARYTMETYKA ieſt pierwſza część MATEMATYKI zamykaiąca w ſobie naukę o liczbie, czyli ſpoſob rachowania. Części iey generalnie ieſt pięć: *Rachunek proſty, Addycya, Subtrakcya, Multyplikacya y Dywizya.*

Charakterow czyli Figur Arytmetycznych ieſt dziewięć: 1,2,3,4,5,6,7,8,9, ktorym dodaie ſię zero czyli Cyfra 0. Ta przez ſiebie nic nieważy, ale przydana na końcu inney liczby, cenę iey dzieſięć razy podnoſi; tak przydana na końcu dwoch. 20, czyni dzieſięć razy dwa to ieſt dwadzieścia, przydana na końcu pięciu, 50. czyni dzieſięć razy pięć to ieſt pięćdzieſiąt.

Liczby rodzaie rożne ſą: Inna ieſt liczba proſta *numerus ſimplex* iedną wyrażona figurą, *naprzykład*, 5. Inna liczba ſkładana, *Numerus Compoſitus*, ktora więcey figur w ſobie zamyka *np.* 12, 123.

Liczby iednego gatunku *Numeri homogenei*; ſą te, przez ktore wyrażaią ſię rzeczy iednego rodzaiu *np.* ſame złote, ſame funty, lub ſame łokcie.

Liczby rożnego gatunku *Numeri heterogenei* ſą te, ktore znaczą rzeczy rożnego między ſobą rodzaiu, *np.* Złote, Groſze, Szelągi, albo téż Dni, Godziny, Minuty.

Liczby iednego gatunku, można, dodawać odciągać, mnożyć y dzielić, ale liczb rożnego gatunku bynaymniey, aż poki nie będą na ieden gatunek redukowane.

Liczba Całkowita *numerus Integer* wyraża mi rzecz całą. Liczba łamana *numerus fractus* część tylko rzeczy iakiey w ſobie zawiera.

Liczba łamana wyraża ſię dwoma liczbami, z ktorych iedna nad liniyką położona, zowie ſię Licznik, *Numerator*, y pokązuie mi wiele mam części z rzeczy podzieloney. Druga liczba pod liniyką położona, zowie ſię Mianownik, *Denominator* y pokazuie, na wiele części rzecz owa podzielona była. Tak *np.* $\frac{3}{4}$. znaczy, że rzeczy iakiey, daymy godziny, na cztery części podzieloney, trzy części iuż upłynęło. Maiąc tudzież $\frac{2}{3}$ iednego Złotego znaczy: że Złoty cały na trzy części, to ieſt na trzy dzieſiątki podzieliwſzy z tych trzech części mam dwie u ſiebie to ieſt: Groſzy 20.

ROZ-

ROZDZIAŁ I.

O Rachunkach Liczb Całkowitych iednego, y rożnego gatunku.

PROPOZYCYA I.

Daney Liczby cenę wyrazić.

N*aprzod.* Potrzeba wiedzieć, że każda Liczba od mieyſca, na ktorym położona ieſt, walor ſwoy bierze. Tak położona na pierwſzym mieyſcu od końca, czyli od ręki prawey, znaczy liczby poiedyncze proſte, a wyraźniey mowiąc znaczy ſame iedności. Położona na drugim mieyſcu od końca, znaczy dzieſiątki, na trzecim, ſta, na czwartym, tyſiące, na piątym, dzieſiątki tyſięcy, na ſzoſtym, ſta tyſięcy, na ſiodmym, miliony, na oſmym, dzieſiątki milionow, na dziewiątym ſta milionow, na dzieſiątym, tyſiące milionow, y tak daley.

Powtore. Do łatwego tedy wyrażenia waloru liczby daney, ſpoſob naylepſzy bydź ſię zdaie, całą owę liczbę zacząwſzy od końca porozdzielać, tak; żeby w każdey przedziałce, trzy liczby zamykały ſię. Pierwſza przedziałka będzie w ſobie zamykała, ſta, dzieſiątki, y liczby poiedyncze proſte. Druga przedziałka będzie w ſobie zamykała, ſta, dzieſiątki y liczby poiedyncze tyſięcy. Trzecia, ſta, dzieſiątki, y liczby poiedyncze milionow; Czwarta ſta, dzieſiątki, y liczby poiedyncze tyſięcy milionow. Piąta, ſta, dzieſiątki, y liczby poiedyncze Bilionow.

Potrzecie. Jeżeliby zaś liczba do zrachowania dana, obſzernieyſza była, potrzeba procz tego nad

każdą liczbą siodmą, zaczynaiąc zawsze rachować od liczb poiedynczych, położyć znak milionow, Bilionow, trylionow, kładąc *np* nad pierwszą siodmą liczbą 1, nad drugą 2. nad trzecią 3. y tak daley.

Tak niechay będzie liczba następuiąca.

2 1
52, 329, 189, 602, 800.

Ta liczba podzielona wzwyż namienionym sposobem; ma w sobie przedziałek pięć, że zaś w piątey przedziałce, dwie tylko liczby są, znać że tamże set niemasz, a podług ostatniego sposobu, kładąc nad każdą liczbą siodmą znak milionowy; na 2 w piątey przedziałce przypadaią Biliony. Tak tedy liczbę daną wymawiam.

Pięćdziesiąt y dwa Bilionow, trzysta dwadzieścia y dziewięć tysięcy milionow, sto ośmdziesiąt y dziewięć milionow sześć set dwa tysiące, ośm set Złotych.

Przestroga. *Gdy zaś liczbę daną pisać przyidzie wzgląd na to mieć potrzeba, ażeby mieysca, ktore się w wymawianiu opuszczaią, cyframi spełniać. Tak gdy mam wyrazić: milion, dwadzieścia y pięć tysięcy, sto ośm Złotych, ponieważ w wymawianiu sta tysięcy, y dziesiątki proste opuszczam, zaczym na ich mieyscu cyfrę kładę y następuiącym sposobem daną Summę piszę.*

1
1, 025, 108.

Podobnymże sposobem chcąc wyrazić dziesięć milionow, sto dziewięć tysięcy ośm dziesiąt Złotych. Mieysca poiedynczych milionow, dziesiątkow

kow tyſięcy, ſet, y liczb poiedynczych proſtych cyframi dopełniam, ponieważ w wymawianiu opuſzczaią ſię.

$$\overset{1}{10},\ 109,\ 080.$$

PROPOZYCYA II.

Liczby dane, tak iednego, iako y rożnego gatunku zbierać.

A*ddycya* czyli dodanie, ieſt wielu liczb w iednę Summę zebranie, *np.* 2 a 3 a 4 a 1 czynią 10. Liczby ktore zbieram zowią ſię liczby dane do zznieſienia, *numeri dati.* Liczba zaś ktora z zebrania danych liczb wynika; zowie ſię kwota, czyli Snmma generalna. *Summa, aggregatum.* Ze tedy Summa generalna, z liczb danych, iako z części ſwoich, iſtotnie ſkłada ſię; zcąd idzie: iż części owe ſpełna w niey mieścić ſię powinny, tak: żeby w Summie generalney, nic, ani mniey, ani więcey, nad nie, nieznaydowało ſię. Tak biorąc przykład poprzedzaiący, w Summie generalney to, nic więcey, ani mniey, nieznayduie ſię, nad dwa, trzy, cztery, y ieden; y wſzyſtkię te części z niey odiąwſzy, Summa cała, bez naymnieyſzey reſzty niknie.

Zeby tedy Addycyą należycie odprawić, potrzeba *naprzod*, liczby dane porządnie iednę pod drugą ułożyć, żeby liczby poiedyncze, czyli iedności iednościom, dzieſiątki, dzieſiątkom, ſta, ſtom, tyſiące, tyſiącom korreſpondowały. Bo inaczey, ſtom z tyſiącami, iednościom z dzieſiątkami, przez omyłkę, rowny dawalibyśmy walor.

 Po-

Powtore. Liczby dane do zebrania tym ſpoſobem ułożywſzy, należy liniyką podkryślić, pod ktorą, Summa generalna piſać ſię będzie, czym ſtanie ſię, że Summy generalney z częściami iey niezmieſzamy.

Potrzecie. Liczby dane zacząwſzy od prawey ręki kolumnami dodawać, to ieſt nayprzod zbierać iedności, potym dzieſiątki, toż ſta, y tak daley. Jeżeli zaś liczby z iedney kolumny zebrane więcey wynoſzą nad dziewięć, w ten czas, liczby poiedyncze, ieżeli ſię ktore od dzieſiątkow zoſtały, a ieżeli nie, to cyfrę, pod kolumną liczb poiedynczych podpiſawſzy dzieſiątki, y ſta, do kolumn dzieſiątkowych, y ſetnych odłożyć, y dopiero ie do liczb, ktore ſię w owych kolumnach zbieraią, dodać.

Przykład Addycyi niechay będzie: Od Stworzenia Swiata do Potopu, wyſzło lat. - 1656.

Od Potopu do Narodzenia Chryſtuſa.	2327.
Od Narodzenia Chryſtuſa do Roku teraznieyſzego - - - -	1776.
Zebrawſzy dane liczby, Summa -	5759.

Pokazuie, że od Stworzenia Swiata, do Roku teraznieyſzego, upłynęło iuż lat - - 5759.

Przykład drugi.	25189.
	12212.
	94158.
	280.
	10029.
Summa	141868.

W tym przykładzie, zebrawſzy *naprzod* kolumnę liczb poiedynczych, dziewięć a ośm, czynią ſiedmna-

dmnaście, a dwa, dziewiętnaście, a dziewięć, dwadzieścia y ośm; 8 ktore zamyka w sobie liczby poiedyncze, kładę pod kolumną liczb poiedynczych, a dwa dziesiątki zachowuię do kolumny dziesiątkowey, ktorą zaczynaiąc rachować mowię. *Powtore*, dwa ktore się zostały, a dwa, są cztery, a ośm, dwanaście, a pięć, siedmnaście, a ieden, ośmnaście, a ośm, dwadzieścia y sześć; a że dwadzieścia y sześć dziesiątkow, czynią dwieście sześćdziesiąt, zaczym 6 dziesiątkow pod kolumną dziesiątkową położywszy, dwieście przenoszę do kolumny set, y mowię. *Potrzecie*, dwieście pozostałe, a dwa, są cztery, a ieden, są pięć, a dwa, są siedm, a ieden, są ośm, gdzie że do dziesiątkow niedoszedłem, kładę zaraz 8 pod kolumną set, y mowię. *Poczwarte*. Cyfra a cztery, są cztery, a dwa są sześć, a pięć są iedenaście. Ze zaś rachuię liczby w czwartey kolumnie, narachowałem iedenaście tysięcy, to iest: dziesiątek tysięcy ieden, y procz tego tysiąc ieden, ktory podłożywszy pod czwartą kolumnę, ktora iest tysięcy, mowię. *Popiąte*: ieden dziesiątek tysięcy ktory mi się został, a ieden są dwa, a dziewięć są iedenaście, a ieden są dwanaście, a dwa są czternaście, gdzie że czternaście dziesiątkow czynią sto, y dziesiątkow cztery, zatym 4 pod kolumną dziesiątkow tysięcy podpisawszy, iedno sto powinienbym przenieść, do kolumny set następuiących, lecz że tey kolumny w liczbach danych nie masz, zaczym owe iedno sto pozostałe, kładę w Summie generalney przed 4 ktore mieysce w Summie generalney na sta tysięcy przypada, podług *Propozycyi pierwszey*. Tym sposobem liczby dane zupełnie w

Sum-

Summę generalną zebrałem, ktora czyni sto czterdzieści ieden tysięcy, ośm set sześćdziesiąt y ośm *np.* Złotych.

Liczby podobne dane; można zbierać, y od lewey ręki zaczynaiąc; ale na ow czas liczby dziesiątkowe wypadaiące w rachunku, iedną kolumną wyżey pisać potrzeba. Daymy naprzykład:

	1928.
	8182.
	3210.
	12210.
	111.
Summa generalna - -	13320.

Dotąd o znoszeniu liczb iednego gatunku mowiliśmy. Gdy zaś do zbierania dane będą liczby rożnego gatunku *numeri heterogenei*, w tenczas procz wzwyż opisanego względem układania liczb porządku, na to ieszcze pomnieć potrzeba, ażeby liczby tegoż samego gatunku wzaiemnie sobie korrespondowały, y w iednych kolumnach kładzione były. Naprzykład chcąc zebrać kilka liczb danych, zamykaiących w sobie, Złote, Grosze, y Szeląi, Złote pod złotemi, grosze pod groszami, szelągi pod szelągami, pisać powinienem.

Jeżeli zaś liczby niższego gatunku zebrane, wystarczaią, na złożenie liczby gatunku wyższego, zaraz ie do liczb owego gatunku przenoszę, a na ich mieyscu pod niższym gatunkiem piszę resztę od złożenia wyższych liczb pozostałą; albo cyfrę, kiedy reszty żadney niemasz. Tym sposobem zbieram następuiące liczby, ktore zamykaią w sobie. Zło-

Złote		Grofze			Szelągi
2356	-	24	-	-	2
589	-	25	-	-	2
6784	-	16	-	-	1
4900	-	6	-	-	2
14631		13			1

Liczby te do zebrania dane tym fpofobem znofzę *naprzod* zaczynaiąc od nayniżfzego gatunku, ktory tu ieft fzelągow, mowię. 2 a 1 fą trzy, a 2 fą pięć, a 2 fą fiedm. Siedm fzelągow czynią grofzy 2 y fzeląg 1, ktory pod kolumnami fzelągow napifawfzy, grofze dwa przenofzę do grofzow, y mowię *powtore*. Grofze 2 złożone z zebranych fzelągow a 6, fą ośm a 6 fą czternaście a 5, fą dziewietnaście a 4 fą dwadzieścia y trzy. Podpifawfzy tedy 3 pod iednościami, dziefiątki dwa do dziefiątkow przenofzę, y mowię *potrzecie*. 2 a 1 fą trzy a 2, fą pięć, a 2 fą fiedm. Że zaś 70 grofzy, czynią Złotych 2 y grofzy 10. Zatym dwa złote do złotych odfyłam, a dziefiątek ieden, pod dziefiątkową grofzy kolumną napifawfzy, mowię *poczwarte*. 2 złote złożone przy zebraniu grofzy, a 4 fą fześć, a 9 fą pietnaście, a 6, fą dwadzieścia ieden. Gdzie znowu ieden pod iednościami napifawfzy, dwa dziefiątki z liczbami w kolumnie dziefiątkowey będącemi znofzę, y tak daley fpofobem wzwyż wyrażonym poftępuię, aż nakoniec Generalna Summa danych liczb, wychodzi mi naftępuiąca.

Złote	Grofze	Szelągi
14631	13	1

Spo-

Spoſob ten, na znoſzenie liczb, poſpolicie Reieſtrowym nazwany, nader ieſt potrzebny, dla codzienney iego praktyki. Gdy zaś do zebrania dane będą ściany długie, że liczb w iedney kolumnie zamkniętych, pamięcią obiąć nie można, w ten czas łatwo będzie, podzielić ſobie ścianę iednę, na kilka podziałow, ktore nayprzod w Summy parcyalne zbieram; toż parcyalne Summy owe, w iednę Summę Generalną znoſzę. Wizerunek ſpoſobu tego w naſtępuiącym mamy przykładzie:

Złote	Groſze	Szelągi	
1564	25	1	Pierwſzy Przedział,
527	12	2	y Summa Parcyal-
35	15	-	na z niego.
1777	12	2	
492	25	1	
120	12	2	
208	20	-	Złote Groſze Szelągi
150	25	1	4877 29
100	—	-	
12	12	2	Drugi przedział, y
320	15	-	Summa parcyalna z
1200	18	-	niego.
84	11	-	
190	25	1	
990	12	2	
200	24	-	Złote Groſze Szelągi
1409	18	-	4509 16 2

1200

1200	20		Trzeci przedział, y Summa parcyalna z niego.
150	12	2	
215	12	1	
20	—	-	
8	12	2	
310	18	-	
227	12	1	Złote Grosze Szelągi 2133 11
Summa Generalna z Sum parcyalnych zebrana.			Złote Grosze Szelągi 11520 26 2

Przestroga. I. *Liczby Reiestrowe, pospolicie pułćwiartkami zbierane bywaią, z ktorych wszystkich zebrawszy* Latera, *nakoniec ie na Summę generalną znosiemy. W zbieraniu zas tych pułćwiartkow, procz wzwyż wyrażonego sposobu, iest ieszcze inny; gdzie bez wszelkiey trudnosci naydłuższą scianę znieść, można. Zacząwszy albowiem rachować, od ostatniego gatunku, wszędzie, gdzie liczby dodane wynoszą dziesięć, na boku kładę kreskę, resztę od dziesiątka pozostałą, z dalszemi liczbami dodaiąc, Skończywszy całą kolumnę; to co się nad ostatni dziesiątek zostaie, pod tąż kolumną, podkładam. Dziesiątkow zaś, do przeniesienia na drugą kolumnę zostaie mi się tyle, ile iest kresek na boku naznaczonych, z ktorych złożywszy ile można, liczb wyższego gatunku, resztę pod kolumną dziesiątkową podpisuię. Naprzykład.*

Złote	Groſze	Szelągi
5265-	15	-
582	25-	1
8125	12	2
1200	8-	-
3299-	25	1
220	19-	-
1099-	15-	-
90	12	2
5718-	25	1
Summa 25603	- 8	- 1

Przeſtroga. II. *O ſpoſobach, ktoremi Addycyi dobrze odprawioney doświadczyć możemy, mowić ſię będzie niżey pod Propozycyą czwartą, tego Rozdziału, gdzie nauka o tym doſtateczna daie ſię.*

PROPOZYCYA III.

Liczby tegoż ſamego, y rożnego gatunku, od ſiebie odciągać.

Subtrakcya czyli odciągnienie, ieſt wynalezienie między dwoma danemi liczbami rożnicy, ktorą liczba większa, liczbę mnieyſzą przewyżſza. Czyli ieſt odciągnienie liczby mnieyſzey od liczby większey. *Naprzykład* odciągaiąc 5 od 8 ſzukam takiey liczby, ktorą, ośm y pięć między ſobą rożnią ſię, to ieſt, ktora dodana do pięciu, czyni ośm, a odcięta od ośmiu, czyni pięć iaka w teraznieyſzym przykładzie ieſt liczba 3. W Subtrakcyi liczba ta od ktorey odciągam, zowie ſię, większa *Summa ma-*

jor. Ta ktorą odciągam; mnieyſza. *Summa minor.* Liczba z odciągnienia wypadaiąca, zowie ſię reſzta, rożnica, lub przewyſzka. *Reſiduum, differentia, vel Exceſſus.* Liczby do odciągnienia dane, obydwie tegoż ſamego gatunku, bydź powinny, liczba albowiem mnieyſza ieſt częścią liczby większey, część zaś zawſze powinna bydź podobna rzeczy tey, ktorey ieſt częścią.

Chcąc tedy Subtrakcyą należycie uczynić, potrzeba *naprzod* w ułożeniu liczb, tenże ſam, co w Addycyi, zachować porządek, a podłożywſzy liczbę mnieyſzą, pod liczbą większą, podkryślić ie liniyką.

Powtore. Odciągać oſobno, zacząwſzy od końca kolumnami, iedności od iedności, dzieſiątki od dzieſiątkow, ſta od ſet. Jeżeliby zaś na mieyſcu wyżſzym była cyfra, lub liczba mnieyſza, od liczby podłożoney, ktorą mam odciągać, w ten czas z następuiącey kolumny pożycza ſię dzieſiątek; ale pożyczaiąc go od liczby wyżſzey, ta zmnieyſza ſię iednym, przeciwnie zaś liczba niżſza iednym przyrasta, od niey pożyczaiąc, ta zaś liczba, od ktorey pożyczam, dla pamięci kropką naznacza ſię.

Potrzecie. Gdy odciągnąwſzy liczbę niżſzą od wyżſzey, nic ſię niezoſtaie; przy początku rachuby kładzie ſię pod liniyką cyfra 0, przy końcu liniyka podługowata. —

Przykład pierwſzy. Podług komputu Petawiuſza, od Stworzenia Swiata aż do Roku teraznieyſzego upłynęło lat - - - 5759
A od Narodzenia Chryſtuſa Pana - 1776

Pytam ktorego Roku Swiata Chrystus rodził — się; y dochodzę że - - - 3983
Lubo inni twierdzą: że siedmnastu laty poźniey to iest Roku Swiata samego - - - 4000.

Przykład drugi. Powszechne iest Historykow naszych zdanie, źe Lech I. Roku od Narodzenia Chrystusa 550 w Sarmackie wszedł krainy y Polskę założył, pytam wiele lat Polska stoi? Położywszy Rok terazniejszy za liczbę większą, a Rok 550 za liczbę mnieyszą Subtrakcyą następuiącym sposobem czynię.

	1776
	550
Polska tedy stoi iuż lat	1226.

Przykład trzeci. Rodził się kto Roku 1736 pytam, wiele lat ma.

	1776
	1736
Reszta - - -	40.

Przykład czwarty. Sztukę Drukarską wynaleziono w Niemczech Roku 1440, pytam wiele lat od wynalezienia iey upłynęło.

	1776
	1440
Reszta	336.

Przykład piąty. Dano na Expens Zł.	1014
Z tych wydałem	735
Zostaie się reszta	279

W tym

W tym przykładzie, ponieważ 5 od 4 odciągnąć nie mogę, zaczym pożyczam dziesiątka od wyższey liczby w następuiącey kolumnie, ktorą znaczę kropką, y mowię *naprzod.* 5 od 14, zostaie mi się 9, ktore 9 pod ostatnią kolumną niżey liniyki piszę. A że znowu w następuiącey kolumnie, 3 od cyfry odciągać nie mogę, gdyż 1 tamże położone iuż pożyczyłem do ostatniey kolumny, przeto z następuiącey trzeciey kolumny, dziesiątka pożyczać mi przychodzi; lecz że y tam cyfrę tylko znayduię, idę do czwartey kolumny, zkąd iedno, ktore tylko samo tamże iest do cyfry w trzeciey kolumnie przeniosszy, y naznaczywszy mam 10, z tych 10 pożyczam znowu iednego, do cyfry w drugiey kolumnie, z ktorą czyni mi 10, na mieyscu zaś 10 w trzeciey kolumnie niezostaie mi się tylko 9. To uczyniwszy mowię *powtore* 3 od 10 zostaie się 7, ktore 7, piszę niżey liniyki pod drugą kolumną, y mowię *potrzecie* 7 w trzeciey kolumnie od 9 zostaie mi 2, y te 2 piszę niżey liniyki pod trzecią kolumną. W czwartey kolumnie, liczby mnieyszey iuż nie masz. W liczbie większey położone iest wprawdzie 1, lecz go iuż do cyfry w trzeciey kolumnie pożyczyłem, zkąd to 1 w czwartey kolumnie, teraz iuż nic nie waży, a zatym danych liczb, Subtrakcyą zupełnie zakończyłem. Z danych tedy na Expens 1014 Złotych, wydawszy 735, zostawać mi się powinno 279.

Jeżeli liczb parcyalnych, do odciągnienia z Summy generalney, danych będzie więcey, w ten czas wszystkie w przod liczby parcyalne do odciągnienia

dane, w iednę Summę zebrać potrzeba, tąż Summę z nich zebraną, od Summy kapitalney, ſpoſobem wzwyż wyrażonym odciągnąć. Niechay będzie danych na Expens Złotych - - - - 10000

Z tych wydało ſię raz	1590
drugi	3480
trzeci	759
czwarty	2000
Summy parcyalne zebrane	7829
Reſzta od Summy pozoſtała	2171

Gdy zaś do odciągnienia dane będą liczby rożnego gatunku, w ten czas rownie iak w Addycyi liczby każdego gatunku potrzeba pod ſobą ułożyć, a gatunek od gatunku odciągnąwſzy, reſztę pod kolumnami onymże korreſponduiącemi piſać. Ile razy zaś liczba niżſza, więkſza będzie od wyżſzey w tymże ſamym gatunku, a przeto odciągnąć iey nie będzie można; tedy z naſtępuiącego wyżſzego gatunku pożycza ſię iedno, a zredukowawſzy go na tenże ſam gatunek ktory odciągam, łączę z liczbami w tymże ſamym gatunku na mieyſcu wyżſzym będącemi, y dopiero od nich liczbę niżſzą odciągam tak *np.* nie mogąc odciągnąć ſzelągow 2 od 1, z naſtępuiącego gatunku groſzy, pożyczam groſz 1; a zredukowawſzy go na ſzelągi, mam ſzelągow trzy. Dodaię do nich ſzeląg 1 od ktorego nie mogłem odciągnąć ſzelągow 2, y mam iuż ſzelągow 4, od ktorych teraz 2 na niżſzym mieyſcu będące odciągnąć mogę.

Przy-

Przykład. Będąc winnym komu Złotych 5728 Groſzy 21, wypłaciłem iuż Złotych 2982 Groſzy 25 Szeląg 1. Pytam wiele mu ſię ieſzcze należy odemnie? kładę liczbę większą w pierwſzey linii, a mnieyſzą w drugiey. Toż rachunek wzwyż opiſanym odprawiam ſpoſobem:

	Złote	Groſze	Szelągi
Liczba większa	5728	21	-
Liczba mnieyſza	2982	25	1
Reſzta z należącego ſię długu.	2745	25	2

W tym przykładzie że na mieyſcu wyżſzym w oſtatnim gatunku; ſzelągow niemaſz, pożyczam od wyżſzego gatunku to ieſt od groſzy, groſz 1, a zredukowawſzy go na ſzelągi 3. odciągam od nich ſzeląg 1 na mieyſcu niżſzym położony, y zoſtaiące mi ſię ſzelągi 2 piſzę pod kolumną ſzelągow. Idę potym do wyżſzego gatunku groſzow. Groſz 1 na mieyſcu wyżſzym położony iużem przenioſł do ſzelągow, zaczym tam ſama zoſtaie ſię cyfra, do ktorey z naſtępuiącey kolumny przenoſzę ieden, y mam groſzy 10, od tych odciągnąwſzy 5 zoſtaie mi ſię ieſzcze 5, ktore piſzę pod pierwſzą kolumną groſzy. W drugiey kolumnie groſzy, od 2 na wyżſzym mieyſcu będących pożyczyłem iuż 1, a zatym tylko ſię mi tamże 1 iuż zoſtaie, od ktorego że dwoch na mieyſcu niżſzym będących odciągnąć nie mogę; biorę od naſtępuiącey kolumny Złotych Złoty ieden, a zredukowawſzy go na trzy dzieſiątki groſzy,

łączę do nich dzieſiątek, 1 w dzieſiątkowey kolumnie groſzych pozoſtały, y mam dzieſiątkow 4 od ktorych odciągam 2 na mieyſcu niżſzym położone, a reſztę 2 piſzę pod dzieſiątkową groſzy kolumną. Toż poſtępuię do Złotych, a odciągnąwſzy 2 od 7, 8 od 12, 9 od 16, 2 od 4, mam wypadaiącą reſztę, należącego ſię ieſzcze kredytorowi odemnie długu.

Złote	Groſze	Szelągi
2745	25	2

Przykład drugi. Z danych na Expens 728 Złotych, wyexpenſowałem Złotych 635 groſzy 25 ſzeląg 1, pytam wiele mi ſię ieſzcze zoſtaie.

	Złote	Groſze	Szelągi
	728	—	-
	635 -	25 -	1
Reſzta	92 -	4 -	2

W tym przykładzie, że Summa większa, nie ma groſzy, ani ſzelągow ſpecyfikowanych, od ktorychbym groſze y ſzelągi w mnieyſzey liczbie ſpecyfikowane odciągnął, z tey przyczyny w Summie większey pożyczywſzy od Złotych Złotego iednego, redukuię go na groſzy 30, z tych 30 groſzy biorę znowu groſz ieden y redukuię go na Szelągow trzy, tym ſpoſobem mam iuż od czego odciągnąć wſzyſtkie gatunki, w niżſzey liczbie ſpecyfikowane; właśnie iak gdyby liczba większa tym ſpoſobem wyrażona była. Złotych 727 groſzy 29 ſzelągow 3.

Przeſtroga I. *Jeżeli liczb mnieyſzych, danych do odciągnienia z Summy większey będzie*

kilka,

kilka, lub kilkanaście, w ten czas toż ſamo czynię, co ſię wyżey o liczbach iednego gatunku w tym ſamym razie powiedziało, to ieſt, zbieram naprzod przez Addycyą wſzyſtkie Summy parcyalne dane do odciągnienia, w iednę Summę. To uczyniwſzy Summę owę z Sum parcyalnych do odciągnienia danych zebraną, od Summy generalney odciągam. Naprzykład z *danych na Expens.*

	Złote	Groſze	Szelągi
	1000	—	-
Wydałem raz	238	12	2
drugi	150	25	1
trzeci	84	10	-
czwarty	300	25	1
Summy parcyalne zebrane	774	13	1
Reſzta od Summy generalney.	225	16	2

Przeſtroga II. *Gdy Summa zebrana z liczb danych do odciągnienia, przewyżſza Summę od ktorey należałoby odciągać liczby dane, co ſię częſto przytrafia w Reieſtrach expenſowych, (gdzie nad Perceptę więcey częſtokroć expenſować przychodzi) w ten czas położenie Sum odmienić potrzeba, tak żeby Summa generalna drugie mieyſce trzymała, gdyż w tym razie, nieſzukamy reſzty od kapitału, ktorey iuż żadney niemaſz, ale raczey dochodziemy Super expenſy nad kapitał. Daymy* naprzykład *danych na Expens.*

	Zło.	Gro.	Sze.
	892		
Z tych wydało się raz	234	15	
drugi	325	20	2
trzeci	100	12	2
czwarty	59	25	1
piąty	218	12	2
Summy parcyalne zebrane	938	26	1
Summa dana na Expens	892		
Reszta pokazuie super expensę.	46	26	1

Przestroga III. *Sposob na doświadczenie dobrze uczynioney Subtrakcyi; w następuiącey Propozycyi.*

PROPOZYCYA IV.

Dowieść należycie uczynioney Addycyi, y Subtrakcyi.

W Addycyi liczby do zniesienia dane, wszystkie w Summie generalney zamykaią się, a zatym Summy owey są częściami, tak że z nich cała istotnie składa się. Dowieść tedy dobrze uczynioney Addycyi, nic innego nie iest, tylko pokazać, iż Summa generalna, wszystkie liczby dane spełna zamyka w sobie, a zatym liczbom danym we wszystkich swoich częściach zupełnie iest rowna. Czego żeby doświadczyć, dosyć będzie po uczynioney Addycyi, iednę z liczb poiedynczo danych, odłączyć, a wszystkie inne bez niey zebrawszy, od kwoty czyli z Sum-

my

my generalney odciągnąć. Tym ſpoſobem reſzta od Summy po odciągnieniu pozoſtała, powinna bydź rowna we wſzyſtkich ſwoich częściach, liczbie owey iedney z liczb danych wyłączoney; inaczey znakby był Addycyi zle uczynioney. To doświadczenie Addycyi ieſt naypewnieyſze, y funduie ſię na owym *axyomacie* czyli prawdzie niezawodney Geometrycżney. Jeżeli z danych dwoch Sum, lub rzeczy iakichkolwiek we wſzyſtkim między ſobą rownych, odcięte będą inne we wſzyſtkim między ſobą rowne Summy, lub rzeczy, tedy reſzty od nich pozoſtałe rowne bydź powinny. *Si ab æqualibus demas æqualia, quæ remanent ſunt æqualia.*

Tak w naſtępuiącym przykładzie, z liczb trzech do znieſienia danych odciąwſzy *np.* pierwſzą, a drugie dwie oſobno zebrane od Summy generalney odciągnąwſzy, reſzta wypadaiąca, liczbie pierwſzey odciętey rowna bydź powinna.

	Złote	Groſze	Szelągi
Odcinam	200	25	1
Zbieram	98	12	2
	314	15	-
Summa generalna	613	23	-
Zbior dwoch liczb niżſzych.	412	27	2
Reſzta	200	25	1

Liczbie pierwſzey odciętey we wſzyſtkim rowna.

W Subtrakcyi liczba mnieyſza, ktora ſię od liczby więkſzey odciąga, y reſzta po odciągnieniu

pozoſtała, ſą dwie części iſtotne, z ktorych liczba więkſza, od ktorey odciągamy, ſkłada ſię. Zaczym Summa z tych dwoch części między ſobą znieſionych wynikaiąca, daney liczbie, więkſzey rowna we wſzyſtkim bydź powinna, ieżeli zaś z nią niezgadza ſię, znak ieſt omyłki iakieyſiś w Subtrakcyi. Doświadcz... ie to ieſt także niezawodne, y zaſadza ſię na owym Axyomacie Geometrycznym. Rzecz cała rowna ieſt wſzyſtkim ſwoim częściom wraz wziętym, y wſzyſtkie części wraz wzięte, wyrownywaią rzecz całą, ktorey ſą częściami. *Totum eſt aequale omnibus ſuis partibus ſimul ſumptis, & partes omnes ſimul ſumptae adaequant totum.* Daymy przykład.

	Złote	Groſze	Szelągi
Liczba więkſza	2712	25	1
Liczba mnieyſza	1820	12	2
Reſzta	892	12	2
Summa reſzty z liczbą mnieyſzą znieſioney.	2712	25	1

Rowna we wſzyſtkim liczbie więkſzey, od ktorey liczbę mnieyſzą odciągało ſię.

Doświadczaią ieſzcze Addycyi y Subtrakcyi, przez wyrzucenie liczby dziewiątkowey, ktory ſpoſob, lubo przy nim rachunek bardzo łatwo zfałſzować można, przecięż dla wiadomości tu kładzie ſię.

W Addycyi tedy, *naprzod* z liczb do znieſienia danych, iakimkolwiek rachuiąc ie porządkiem, każde wypadaiące dziewięć wyrzucam; reſztę z dalſzemi

ſzemi liczbami znoſzę, a nakoniec liczbę, ktora mi ſię po wyrzuceniu oſtatnich dziewiąciu zoſtaie, piſzę na mieyſcu oſobnym.

Powtore. Toż ſamo czynię w kwocie czyli w Summie zebraney, z ktorey tyle razy, ile mogę wyrzuciwſzy dziewięć, oſtatnią liczbę po wyrzuceniu wſzyſtkich dziewięciu pozoſtałą, powinienem mieć rowną liczbie, od liczb do zebrania danych zoſtaiącey ſię, iaka ieſt w naſtępuiącym przykładzie 7.

2350		
323		
400	7	7
858		
3931		

Tymże ſamym ſpoſobem czynię w Subtrakcyi: gdzie liczby od dziewięciu pozoſtałe, naprzod w Summie większey od ktorey odciągam, a potym w Summie mnieyſzey, ktorą odciągam, y w reſzcie, rowne bydź powinny, iaki ſą w naſtępuiącym przykładzie 3.

9120		
7981	3	3
1139		

Przeſtroga I. *Jeſt ieſzcze wiele innych na doświadczenie dobrze odprawioney Addycyi y Subtrakcyi ſpoſobow; ktore, że albo przydłużßą rachubą zatrudniaią; albo przez naſtępuiące wyżſzey Arytmetyki reguły odprawiaią ſię, dla tego tu pomiiam. Procz tego pierwſzym ſpoſobem niezawodnym, dobrze odprawioney Addycyi*

y Sub-

y Subtrakcyi doświadczywszy, rzecz wcale niepotrzebna iest, innemi na doświadczenie tegoż samego zatrudniać się sposobami.

Przestroga II. *Rzecz oczywista iest, że prob tu nawet wyrażonych, w liczbach przydłuższych y rożnego gatunku, z wielką trudnością zażyć można. A zatym na doświadczenie dobrze uczynioney Addycyi y Subtrakcyi, nayskutecznieyszy podobno sposob będzie; po uczynioney pierwszey rachubie, drugi raz onęż z zupełną powtorzyć attencyą, zaczynaiąc rachować z gory, ieżeliśmy przed tym z dołu zaczynali, albo też zaczynaiąc rachować od lewey ręki.*

PROPOZYCYA V.

Liczby iednego, y rożnego gatunku, Multyplikować.

M*ultyplikacya* iest iedney liczby przez drugą rozmnożenie, z ktorych liczb iedna tyle razy się powiększa, ile razy w drugiey mieści się iedno, na przykład Multyplikować cztery przez dwa, nic innego nie iest, tylko wynaleść taką liczbę, w ktorey tyle razy mieści się cztery, ile razy we dwoch mieści się iedno; iaka liczba w tym razie będzie ośm, bo iako iedno we dwoch, tak cztery w ośmiu dwarazy zupełnie zamyka się. W Multyplikacyi liczba ta ktora się rozmnaża, zowie liczba mnożna, *Multiplicandus*, ta przez ktorą multyplikuiemy, liczbą mnożącą, *Multiplicator*. Summa z tey Multyplikacyi wynikaiąca, zowie się Produkt. *Productum vel Factum.*

Gdy

Gdy tedy liczby do rozmnożenia przez Multyplikacyą dane będą, w ten czas *naprzod* liczba mnożąca *Multiplicator*, pod liczbą daną do mnożenia podkłada ſię tak; żeby iedności iednościom, dzieſiątki dzieſiątkom, ſta ſtom, korreſpondowały. Potym obydwie te liczby podkryślaią ſię liniyką. Cyfry zaś na końcu liczby tak mnożnęy, iako y mnożącey będące, można przed multyplikacyą ieſzcze odciąć, y dopiero do Produktu ie przydać.

Powtore. Przez liczby Multyplikatora poiedynczo wzięte; wſzyſtkie liczby w mnożnym zaczynaiąc od końca oſobno mnożyć, y produkt z nich wynikaiący, niżey liniyki pod kolumnami, ſpoſobem w Addycyi podanym, piſać. Mnożąc zaś przez iedności, produkt zaczyna ſię piſać od kolumny iedności, mnożąc przez dzieſiątki, produkt zaczyna ſię piſać od kolumny dzieſiątkow, mnożąc przez ſta, od kolumny ſet.

Potrzecie. Jeżeli produkt dla wielu liczb w Multyplikatorze, w wielu zamyka ſię Summach, te znowu liniyką podkryślam, y w iednę Summę zbieram, ktora na ow czas pokaże mi produkt generalny.

Przykład pierwſzy. Pytam wiele czynią Złotych, Talerow bitych 3429. Ponieważ w iednym Talerze bitym ieſt Złotych 8, zaczym przez te 8, Summę Talerow daną multyplikować powinienem, co tym ſpoſobem czynię.

3429
8
―――――
Produkt 27432 pokazuie mi że 3429 Talerow, czynią Złotych 274$\frac{3}{2}$.

Przy-

Przykład drugi. 1234 Zołnierzom maiącym wystrzelić 13 razy, wiele ładunkow potrzeba?

	1234
	13
	3702
	1234
Produkt	16042

W tym przykładzie podłożywszy Multyplikatora 13 pod liczbę mnożną 1234. podkryślam ie liniyką, y mowię *naprzod*, trzy razy cztery, są dwanaście, więc dwa pod kolumną iedności położywszy, dziesiątek ieden do kolumny dziesiątkowey zachowuię, y mowię, *powtore* trzy razy trzy są dziewięć, a iedno pozostałe, dziesięć, więc cyfrę pod kolumną dziesiątkow napisawszy, 1 zostawiam do set, y mowię *potrzecie* trzy razy dwa, są sześć, a ieden pozostały są 7, ktore zaraz pod kolumną set piszę, y mowię *poczwarte* trzy razy ieden, są trzy, zaczym 3 zaraz pod kolumną tysięcy napisawszy; biorę drugą figurę z Multyplikatora, ktora iest na mieyscu dziesiątkow, y mowię *popiąte* raz cztery, są cztery. Tu że przez drugą figurę Multyplikatora, liczbę daną mnożę; zatym produkt na drugiey liniy pisać powinienem, a że ta figura Multyplikatora położona iest na mieyscu dziesiątkow, tedy produkt od kolumny liczb dziesiątkowych pisać zaczynam, y 4 z Multyplikacyi wypadaiące kładę pod cyfrą. To uczyniwszy mowię *posżoste* raz trzy są trzy, ktore pod następuiącą set kolumną piszę, y mowię *posiodme* raz dwa są dwa, te pod następuiącą tysięcy kolumną

pod-

podpisawszy, mowię *po osme* raz ieden, iest ieden, ktory w osobney dziesiątkow tysięcy kolumnie piszę. To uczyniwszy, ponieważ produkt z Multyplikacyi liczb danych zamyka się w dwoch wierszach, przeto podkryślam ie liniyką, y do iedney Summy znoszę, ktora nakoniec pokazuie mi; że tysiącowi dwomset, trzydziestu y czterem Zołnierzom, maiącym wystrzelić trzynaście razy, potrzeba ładunkow szesnaście tysięcy czterdzieści y dwa. Gdzie ieszcze y to pomnieć potrzeba, że w danym przykładzie, rzecz wcale niepotrzebna była, multyplikuiąc przez drugą Multyplikatora figurę, to iest przez iedno, wszystkie liczby w mnożnym poiedyńczo mnożyć, ale dosyć było, zacząwszy od kolumny dziesiątkowey, porządkiem ie w drugim wierszu napisać, bo iedno, iako mnożyć, tak dzielić liczb żadną miarą nie może. Tak w Multyplikacyi, raz cztery są zawsze cztery, a w dywizyi, cztery podzieliwszy przez iedno mam zawsze cztery.

Przykład trzeci. Kupuiąc ośm set beczek wina, po trzysta Złotych, pytam wiele za wszystko należy się?

800
3 00
240000

W tym przykładzie, odciąwszy cyfry dwie z liczby do rozmnożenia daney, y drugie dwie z Multyplikatora, multyplikuię tylko ośm przez trzy, a do produktu 24, odcięte owe przed multyplikacyą cztery cyfry oddawszy, mam podukt generalny dwoch

kroć

kroć czterdzieści tyſięcy Złotych, ktore za ośm ſet beczek wina dać powinienem, płacąc każdą beczkę po Złotych trzyſta.

Przykład czwarty. Grzywnę ſrebra płacąc po Złotych ſiedmdzieſiąt, wiele dam za Grzywien ſrebra ſto dwadzieścia?

	120
	70
Produkt	8400

Dotąd mowiliśmy o Multyplikacyi liczb, w ktorych ieden gatunek ieſt w Multyplikatorze, y ieden, w liczbie daney do mnożenia.

Przyſtępuiemy teraz do mnożenia liczb, rożne gatunki rzeczy w ſobie zamykaiących, o ktorych nauka w trzech naſtępuiących mieści ſię regułach.

Reguła pierwſza. Jeżeli liczba dana do mnożenia, z wielu gatunkow, a Multyplikator z iednego ſkłada ſię, tedy przez Multyplikatora, każdy gatunek w liczbie daney do mnożenia, multyplikuie ſię, a po odprawioney multyplikacyi wſzyſtkich gatunkow, nakoniec gatunki niżſze na gatunek wyżſzy zredukowane, produkt liczb do mnożenia danych zupełny pokażą.

Przykład. Rok zamyka w ſobie dni 365 y godzin 6, pytam wiele ieſt dni w latach dzieſięciu? Czego naſtępuiącym ſpoſobem dochodzę.

	Dni	Godzin
	365	6
Lat	10	10
Produkt dni	3650	60

Godzi-

Godziny te podzieliwſzy przez 24, ile ich w dniu iednym zamyka ſię, mam dni 2, y pozoſtałe ieſzcze godzin 12, ktore dwa dni y godzin 12, przez Addycyą z Produktem dni złączywſzy, mam generalny produkt dni 3652 y godzin 12 z ktorych zupełnie ſkładaią ſię lat 10.

Reguła druga Jeżeli w liczbie daney do mnożenia gatunek ieden a w Multyplikatorze, gatuntow kilaa będzie, tedy przez każdy gatunek Multyplikatora multyplikuie ſię oſobno liczba do mnożenia dana a po ſkończoney zupełnie Multyplikacyi, gatunki niżſze na gatunek naywyżſzy zredukowane, produkt generalny dadzą.

Przykład. Grzywna Polſka ma w ſobie Złoty ieden y groſzy 18, pytam Grzywien 421 wiele czyni Złotych?

	421	421
	1	18
Produkt	421	7578

Pokazuie że 421 Grzywien, czynią Złotych 421 y groſzy 7578, ktore to groſze zredukowane na Złote, czynią Złotych 252 groſzy 18. Co przez Addycyą do produktu Złotych dodawſzy, mam produkt generalny Złotych 673 y groſzy 18 wynikaiące z Grzywien 421.

Reguła trzecia. Jeżeli tak w liczbie do rozmnożenia daney, iako y w Multyplikatorze, będą rożne gatunki, w ten czas w obydwu liczbach, wſzyſtkie gatunki, na naymnieyſzy gatunek redukować potrzeba, y dopiero maiąc liczby obydwie w ieden

gatunek zbite, multyplikować ie między sobą, a produkt z tey multyplikacyi wynikaiący na naywyższy gatunek zredukować.

Przykład. Expensuie kto na dzień ordynaryinie Złotych 74, groszy 20, pytam ile wyexpensuie przez Rok, y dni 80. W tym przykładzie, redukuię naprzod Rok na dni 365, do ktorych dodaię dni ośmdziesiąt y mam wszystkich dni 445; toż, redukuię Złot. 74 na gr. 2220, do ktorych przydawszy groszy 20, mam razem groszy 2240, ktore przez dni 445 zmultyplikowawszy, y zredukowawszy potym na Złote, mam produkt liczb danych.

```
          224|0
          445|
         ------
          11200
          896
         896
         ------
Produkt groszy   996800
```

Grosze te podzielone przez 30, a tym samym zredukowane na Złote, czynią mi Złotych 33226, y groszy 20. Zaczym ta Summa pieniędzy potrzebna iest na Rok 1, y dni 80, maiącemu codziennie expensować Zł. 74 y gr. 20.

Przestroga I. *Do łatwości w Multyplikacyi nic więcey pomoc nie może, iako umieć doskonale, ile czyni liczba iedna przez drugą multyplikowana. W pomnieyszych liczbach aż do piąciu, łatwo tego na pawięć dojść możemy, iako naprzykład, że dwa razy dwa, są cztery, trzy razy czte-*

ry,

ry, ſą dwanaście, dziewęć razy pięć, ſą czterdzieści y pięć. Lecz gdy liczby obydwie, ktore między ſobą multyplikuię, więkſze ſą od piąciu, w ten czas do łatwego liczb owych rozmnożenia, pierwſzy ſpoſob ieſt, rachować na palcach; zaczynaiąc rachować od ſześciu, iednę liczbę na palcach ręki prawey, drugą na palcach ręki lewey, y ciągnąć ie do punktu, na ktorym liczba ſtawa. Na-przykład *chcąc wiedzieć wiele czyni ſiedm razy osm? Biorę naprzod ſiedm, a u prawey ręki zginaiąc dwa palce mowię, ſześć, ſiedm; biorę potym ośm, a u lewey ręki zginaiąc trzy palce, mowię: ſześć, ſiedm, ośm. Palce w rachunku zgięte, znaczą dzieſiątki, ktorych w teraznieyſzym przykładzie, ieſt pięć, palce pozoſtałe, znaczą iedności, ktorych tu ieſt w prawey ręce trzy, a w lewey dwa, te znowu między ſobą zmultyplikowawſzy, dwa razy trzy, ſą ſześć, y te ſześć, ktore z ich multyplikacyi wynikaią, przydawſzy do piąciu dzieſiątkow, ktore ſię znaczą przez palce zgięte, mam produkt zupełny dwoch liczb danych, pięćdzieſiąt y ſześć, to ieſt: ſiedm razy ośm, czynią mi pięćdzieſiąt y ſześć. Toż czyń, maiąc mnożyć ſześć razy ſześć; ſześć razy ſiedm; ſiedm razy ſiedm; ſześć razy ośm; ſześć razy dziewięć; ſiedm razy dziewięć; ośm razy ośm; ośm razy dziewięć; dziewięć razy dziewięć.*

Drugi ſpoſob *do łatwego doyścia, ile czyni liczba iedna przez drugą zmultyplikowana, ieſt Tablica od Pitagoreſa Filozofa, pierwſzego iey wynalazcy, Pitagoreſową nazwana. Na tey,*

 dwoch

dwoch liczb zadanych iedney z gory, drugiey z boku, kolumnę biorę; a liczba na ktorey te dwie kolumny ſchodzą ſię, ieſt należyty ich produkt, naprzykład chcąc wiedzieć wiele czyni ſiedm razy dziewęć, biorę ſiedm w pierwſzey linii gorney, a dziewięć w linii poboczney, ktorych liczb kolumny że ſię ſchodzą na liczbie 63. Zaczym 63 ieſt produktem liczb danych, to ieſt ſiedmniu y dziewięciu.

TABLICA PITAGORESOWA.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Przeſtroga II. *Tablicę Pytagoreſową Jan Neper, rodem Szkot, dziwnym przemyſłem nawięcey ruchomych Tabliczek podzielił, za ktorych pomocą, Multyplikacyą y Dywizyą, z wielką łatwością odprawić można.*

Tabli-

Tabliczek takowych, z drewna, lub z mosiądzu, robi się dziewięć, lub więcey podługowatych, czworgraniastych; każda z nich, rownym wymiarem dzieli się na dziewięć kwadratow małych; a te znowu liniyką poprzeczną, od kąta ręki prawey z gory, do kąta ręki lewey na doł, rozcinaią się na dwa troygranie, procz iedney Tabliczki, na ktorey kwadraty liniykami poprzecznemi nierozcinaią się, ale w każdym z nich piszą się naturalnym porządkiem liczby, zacząwszy od 1, *aż do* 9; *y zowią się wielorazy.*

W Troygrania na Tabliczkach, przez rozcięcie kwadratow porobione, wpisuią się liczby z Kolumn Tablicy Pytagoresowey, tak: żeby liczby dziesiątkowe w wyższym troygraniu od lewey ręki, a iedności w niższym od ręki prawey były. Że zaś każda takowa podługowata Tabliczka iest czteroboczna, zaczym na każdym boku można inne kolumny z Tablicy Pytagoresowey wpisać, np. *na iednym boku kolumnę z pod* 1, *na drugim kolumnę z pod* 2, *na trzecim z pod* 3. *y tak daley. Tym sposobem, gdy iednę liczbę przyidzie nam brać kilka razy, łatwo na tychże tabliczkach znaydzie się. Tymże samym końcem na dwoch, lub trzech Tabliczkach, same cyfry popisać trzeba, dla zażycia ich w potrzebie.*

Tak zrobione y pisane Tabliczki Nepera, do Multyplikacyi następuiącym zażyte bywaią sposobem. Chcąc naprzykład Multyplikować 578 *przez* 28, *biorę* naprzod *Tabliczki E. G. H., na ktorych u wierzchu są liczby* 5, 7, 8, *do Multypli-*

 kacyi

kacyi dane, y układam ie wzdłuż iednę przy drugiey, tym porządkiem, iak cena liczb wyciąga. Powtore. *Wziąwszy Tabliczkę A. z liczbami naturalnemi, kładę ią na lewym boku Tabliczek iuż ułożonych, y biorę na niey liczby 2 y 8, z ktorych Multyplikator składa się.* Potrzecie. *Poprzeczna kolumna, liczby 8, ktora w Multyplikatorze znaczy iedności, iest produkt z Multyplikacyi daney liczby 578 przez 8, a poprzeczna kolumna liczby 2, ktora w Multyplikatorze znaczy dziesiątki, iest produkt z Multyplikacyi liczby daney 578 przez dziesiątkom 2.*

Zbieram teraz te obydwa produkta, a naprzod produkt wynikaiący z Multyplikacyi przez 8, to iest: biorę naprzod z ostatniego troygrania 4, y piszę ie na osobney karcie na mieyscu iedności, potym w następuiącym poprzecznym podługowatym kwadracie, biorę 6 y 6, ktore czynią 12, zaczym dwa napisawszy przy czterech na mieyscu dziesiątkow, 1 przenoszę do trzeciego podługowatego qwadratu; to 1 dodane do pięciu y do cyfry, w tymże kwadracie będących czyni 6, y te 6, piszą się przy dwoch na mieyscu set, nakoniec na mieyscu tysięcy, z następuiącego pierwszego od lewey ręki troygrania, pisze się 4, y wychodzi cały produkt z Multyplikacyi liczby daney, przez 8, ten: 4624. Tymże samym sposobem zbieraiąc liczby z poprzeczney kolumny 2, mam produkt 1156. Ze zaś 2 w Multyplikatorze znaczyły dziesiątki, przeto produkt z kolumny 2 zebrany, zaczynam od końca pisać pod dziesiątkami

mi produktu z 8, tak iak pospolicie czyni się w prostey Multyplikacyi. 4624

1156

Te dwa parcyalne produkty zebrawszy, mam nakoniec liczb do mnożenia danych produkt generalny. ———— 16184

TABLICZKI NEPERA SZKOTA.

B.	C.	D.	F.	I.	A.	E.	G.	H.
2	3	4	6	9	1	5	7	8
4	6	8	1/2	1/8	2	1/0	1/4	1/6
6	9	1/2	1/8	2/7	3	1/5	2/1	2/4
8	1/2	1/6	2/4	3/6	4	2/0	2/8	3/2
1/0	1/5	2/0	3/0	4/5	5	2/5	3/5	4/0
1/2	1/8	2/4	3/6	5/4	6	3/0	4/2	4/8
1/4	2/1	2/8	4/2	6/3	7	3/5	4/9	5/6
1/6	2/4	3/2	4/8	7/2	8	4/0	5/6	6/4
1/8	2/7	3/6	5/4	8/1	9	4/5	6/3	7/2

 Prze-

Przeſtroga. III. *Spoſob na doświadczenie dobrze odprawioney multyplikacyi, dany będzie w Propozycyi ſiodmey tego Rozdziału.*

PROPOZYCYA VI.

Dane liczby iednego, y rożnego gatunku dzielić.

Dywizya, czyli dzielenie, ieſt wynalezienie liczby takiey, ktora tyle razy zamyka w ſobie iedno, ile razy w liczbie do podzielenia daney, liczba mnieyſza przez ktorą dzielę mieyści ſię: *naprzykład* dzieląc dziewięć przez trzy, ſzukam takiey liczby, w ktorey tyle razy zamyka ſię iedno, ile razy trzy w dziewięciu mieści ſię, iaka liczba w teraznieyſzym przykładzie ieſt 3, a dokładnie mowiąc, Dywizya ieſt wynalezienie liczby takiey, ktora mi pokazuie, ile razy z dwoch liczb do podzielenia danych, w liczbie większey, liczba mnieyſza, brać ſię może; tak podzieliwſzy pietnaście przez trzy: z tego podzielenia wypadaiące pięć, pokazują mi, że trzy w pietnaſtu, mieſzczą ſię pięć razy. Z liczb do dzielenia danych, liczba większa, ktorą mam dzielić, zowie ſię. Liczba podzielna *Dividendus*. Liczba mnieyſza przez ktorą dzielę, zowie ſię Dzielnik *Diviſor*. Liczba nakoniec z Dywizyi wynikaiąca, zowie ſię Wieloraz *Quotiens, Quotus vel Exponens*.

Do należytego Dywizyi odprawienia *naprzod* liczba do podzielenia dana kładzie ſię we śrzodku, tak żeby w iedney z nią liniy, *Dzielnik* z lewey ręki, a *Wieloraz* z prawey, kreſkami tylko podzielone, mieścić ſię mogły.

Powto-

Powtore. Z liczby podzielney zaczynaiąc od lewey ręki, ucina ſię tyle figur, ile ich ieſt w Dzielniku, ktore ieżeli mniey wynoſzą od Dzielnika, przydaie ſię im ieſzcze, iedna naſtępuiąca figura, a dla pamięci kładzie ſię przy niey kreſka, ażeby iedney liczby dwa razy do podzielenia nie brać. To uczyniwſzy, uważać potrzeba, ile razy Dzielnik w liczbach odciętych brać ſię może? y liczbę to pokazuiącą, napiſać na prawey ręce za pierwſzą część Wieloraza.

Potrzecie. Przez tę część Wieloraza multyplikuy całego Dzielnika, a produkt z tey multyplikacyi wynikaiący, odciągniy od figur z liczby podzielney odciętych.

Poczwarte. Do reſzty ieżeli ſię iaka pozoſtała, ktora od Dzielnika zawſze mnieyſza bydź powinna, złoż naſtępuiącą nową figurę z liczby podzielney, naznaczywſzy ią tamże kreſką, y uważay znowu, ile razy w tych liczbach Dzielnik mieści ſię? co napiſz za drugą część Wieloraza.

Popiąte. Przez tę drugą część Wieloraza multyplikuy znowu całego Dzielnika, a produkt pod liczbami, ktoreś na ow czas dzielił podłożywſzy, odciągniy go od onychże. Do reſzty złoż znowu naſtępuiącą z liczby podzielney figurę, uważaiąc ile razy w niey z reſztą wziętey Dzielnik brać ſię może? co będzie trzecią częścią Wieloraza, przez ktorą multyplikuy znowu całego Dzielnika y czyń, iako ſię wyżey powiedziało.

Ile razy, nową figurę z liczby podzielney ſkładaſz, a Dzielnik w niey brać ſię nie może, tedy napi-

ſawſzy za to w Wielorazie cyfrę, złoż drugą z liczby podzielney naſtępuiącą figurę, y przez Dzielnika obydwie razem dywiduy.

Kiedy na końcu Dzielnika cyfra iedna, lub więcey onychże będzie, w ten czas dla ſkrocenia Dywizyi, przed zaczęciem rachunku, możeſz ie odciąć, odcinaiąc atoli tyleż liczb, y z końca liczby do podzielenia daney.

Skończywſzy Dywizyą, co ſię od oſtatniego odciągnienia zoſtaie, poydzie na liczbę łamaną, ktorey *numeratorem*, reſzta od oſtatniego odciągnienia zoſtała, przydawſzy do niey y liczby, ieżeli ktore przed Dywizyą odcięte były; a *denominatorem* cały Dzielnik bydź powinien.

Przykład pierwſzy. Na ſześć oſob legowano zapiſem 126846 Złotych, chcę wiedzieć, ile dla każdego przypadnie?

```
Dzielnik | Liczba podzi. | Wieloraz
       6 | 1,2,6,8,4,6.  | 21141
         | 1 2 . . . .   |
         ------
           . . 6 . . .
               6
           ------
               - 8 . .
                 6
               ------
                 24.
                 24
               ------
                 - - 6
                     6
                   ------
                     -
```

W tym

W tym przykładzie, Wieloraz 21141 pokazuie, że po tyle z Summy legowaney, każdey z ſześciu oſob doſtanie ſię, bez naymnieyſzey reſzty.

Przykład drugi. Maiąc kto roczney intraty 88520 Złotych, ta żeby mu na Rok cały wyſtarczyła, pyta ſię, ile na każdy tydzień expenſować może? Ponieważ Rok zamyka w ſobie 52 tygodni, zatym przez te, całą 88520 Złotych intratę dzielić potrzeba.

Dzielnik	*Liczba podzi.*	*Wieloraz*
52	8 8, 5, 2, 0,	1702 $\frac{16}{52}$
	1 5 2	
	3 6 5 . .	
	3 6 4	
	- - 120	
	104	
	- 16	

W tym przykładzie, ułożywſzy naprzod porządkiem wzwyż opiſanym, liczby do dzielenia dane, ponieważ Dzielnik ma w ſobie dwie figury, z tey przyczyny, y w liczbie podzielney dwie figury pierwſze odcinam, y mowię *naprzod*, 52, w 88, biorę raz, zaczym iedno czyli 1, za pierwſzą część Wieloraza piſzę, a zmultyplikowawſzy przez nie Dzielnika, raz pięćdzieſiąt y dwa, ſą pięćdzieſiąt y dwa, produkt 52, odciągam od dwuch pierwſzych figur liczby podzielney, z ktorego odciągnienia zoſtaie mi ſię 36. W tych, że Dzielnika 52 brać nie mogę, ſkładam przeto naſtępuiącą z liczby podzielney fi-

gurę

gurę 5, a położywszy ią przy 36, mam 365, y mowię *powtore*, 52, w 365, biorę siedm razy, zaczym 7 piszę za drugą część Wieloraza, a zmultyplikowawszy przez nie Dzielnika, siedm razy dwa, są czternaście, siedm razy pięć są trzydzieści y pięć, mam cały produkt 364, ten odciągam od liczb, ktore dopiero dzieliłem, po ktorym odciągnieniu, zostaie mi się iedno czyli 1, składam zatym następuiącą czwartą figurę z liczby podzielney 2, a położywszy ie przy iednym pozostałym, mam 12, y mowię *potrzecie*, 52 we 12, nie mogę brać, tu, że nową z liczby podzielney złożyłem figurę, a dzielnik w niey mieścić się nie może, zaczym podług poprzedzaiących Reguł, kładę za to w Wielorazie zatrzecią część cyfrę 0, a następuiącą piątą z liczby podzielney figurę, ktora tu iest 0, złożywszy do 12, mam 120, y mowię *poczwarte*: 52 w 120, biorę dwa razy, zatym 2 kładę za czwartą część Wieloraza, przez ktore to 2, zmultyplikowawszy Dzielnika 52, produkt wypadaiący 104, odciągam od 120, y mam resztę pozostałą 16, a ponieważ iuż całą liczbę podzieliłem, zaczym podług ostatniey, wyżey przepisaney Reguły, reszta pozostała 16, idzie na liczbę łamaną, ktorey też 16 są *numeratorem*, a *denominatorem* cały Dzielnik $\frac{16}{52}$. To uczyniwszy, odpowiadam owemu ktory mnie pytał, względem rozporządzenia roczney swoiey intraty, że na cały Rok mu wystarczy, ieżeli każdego tygodnia expensować będzie 1702 Złote, y szesnaście części Złotego iednego, podzielonego na części pięćdziesiąt y dwie.

Przy-

Przykład trzeci. Mam ubiec w dniach 13, mil 332, chcę wiedzieć, ile każdego dnia ubiec mi potrzeba?

Dzielnik	*Licz. podz.*	*Wieloraz*
13.	3 3, 2.	25 $\frac{7}{13}$
	2 6	
	- 7 2	
	6 5	
	- 7	

Każdego tedy dnia ubiec mi potrzeba mil 25, y ſiedm części z iedney mili podzieliwſzy ią na części trzynaście, to ieſt prawie puł mili.

Przykład czwarty. 5000 Zołnierzy plonem dobytego Miaſta, dzielą ſię wynoſzącym na 5000000 Złotych, pytam ile każdy z nich weźmie?

Dzielnik	*Liczba podz.*	*Wieloraz*
5|000	5000|000.	1000.

W tym przykładzie dla znayduiących ſię w Dzielniku cyfer trzech, ſkracam Dywizyą, gdyż odciąwſzy te trzy cyfry z Dzielnika, y tyleż z liczby podzielney, dzielę tylko przez pięć, pięć tyſięcy z ktorey Dywizyi wypada mi tyſiąc, ile każdy Zołnierz z plonu owego brać powinien, co ſamo wynidzie gdy przez 5000 będę dzielił 5000000, nieodcinaiąc cyfer.

Przykład piąty. Za 50 Łaſztow zboża wziąłem 14665 Złotych Polſkich, pytam, ile za Łaſzt każdy przypada?

Dziel-

Dzielnik	*Liczba podzi.*	*Wieloraz*
5|0	1 4, 6, 6, |5	293 $\frac{15}{50}$
	|1 0	
	- 4 6.	
	4 5	
	- 16	
	15	
	- 1.	

W tym przykładzie odciąwszy iednę cyfrę z Dzielnika, odcinam y z liczby podzielney iednę ostatnią figurę, to iest 5. Ze zaś po odprawioney Dywizyi, z ostatniego odciągnienia zostało się 1, składam do niego 5 z liczby podzielney przy początku Dywizyi odcięte, y mam tę resztę zupełną pozostałą za *Numeratora* liczby łamaney, ktorey *Denominatorem* iest cały Dzielnik 50, to iest $\frac{15}{50}$.

Łaszt tedy ieden sprzedałem po Złotych 293, y po pietnaście części iednego Złotego podzielonego na części pięćdziesiąt, to iest po groszy 9, czego z dalszych o liczbie łamaney nauk łatwo doyść będzie można.

Co się tycze sposobu na podzielenie liczb rożne gatunki rzeczy w sobie zamykaiących, ten w trzech następuiących zamyka się regułach.

Reguła pierwsza. Jeżeli liczba do podzielenia dana, z wielu składa się gatunkow, a Dzielnik z iednego, tedy wyższy gatunek liczby podzielney, gdy iest większy nad Dzielnika, przez niego dzielę, resztę zostaiącą redukuię na niższy następuiący gatunek,

ktory

ktory znowu przez tegoż ſamego Dzielnika dzielę, y tak daley.

Przykład. Dzielę na ſześciu Kupcow zyſk 30529 Talerow, Złotych 6 groſzy 20.

```
Dzi. | Liczba podzielna      | Wieloraz
     | Talery Złote Groſze   |
   6 | 30,5,2,9. -6 - 20.    | 5088 - 2 - 13 - 1
     | 30        8   60      |
     --------------------------
     - - 52. 6 | 14.6 | 8,0.
         48    | 12   | 6.
       ----------------------
        -49. - 2     20
         48    30    18
       ----------------------
        -1.    60.  - 2
                     3
                  -------
                  6 | 6
                    | 6.
                  -------
```

W tym przykładzie, podzieliwſzy naprzod przez 6 Summę Talerow, od oſtatniego odciągnienia zoſtaie mi ſię Talar 1, w ktorym zamykaiące ſię, Złotych ośm łączę z ſześziu Złotemi w liczbie podziélney będącemi. Summę ztąd zebraną 14, znowu dzielę przez 6, a zoſtaiące mi ſię po odciągnieniu dwa Złote redukuię na groſzy 60, ktore dodawſzy do groſzy 20 w liczbie podzielney będących mam groſzy 80, y dzielę ie przez 6. Toż zoſtaiące ſię po oſtatnim odciągnieniu groſze dwa zredukowawſzy na ſzelągow 6, znowu dzielę przez Dzielnika 6, y mam Wieloraz zupełny liczby do podzie-

lenia

lenia daney Talerow 5088, Złotych 2, groſzy 13, ſzeląg 1, w zadaney kweſtyi każdemu z ſześciu Kupcow doſtać ſię powinno.

Gdy zaś naywyżſzy gatunek liczby podzielney będzie mnieyſzy od Dzielnika, tedy redukuie ſię wprzod na niżſzy gatunek, a potym dopiero dzieli ſię.

Przykład. Dał kto Złotych 4, y groſzy 20 do podzielenia na piąciu ubogich, pytam ſię ile każdemu z nich dać potrzeba? Gdzie że przez 5 cztérech dzielić nie mogę, tedy zaraz dane cztery Złote na groſze redukuię, do ktorych dane oſobno 20 groſzy, przyłączywſzy całą Summę groſzy, dzielę przez 5, naſtępuiącym ſpoſobem.

```
5 | 4 -        20|
  | 30           |
  --------
   120
    20
  --------
5 | 14,0,  |28
  | 10     |
  ------
   - 40
     40
  ------
     - -
```

Każdemu tedy Ubogiemu doſtanie ſię groſzy 28.

Regúła druga. Jeżeli liczba podzielna, ieden, a Dzielnik ma w ſobie gatunkow więcey tedy wſzyſtkie gatunki w Dzielniku na naymnieyſzy zredukowawſzy, przezeń liczbę podzielną dzielę, a gdyby na ów

czas Summa w liczbie podzielney mnieyſzą była, tedy y ta na gatunek mnieyſzy redukuie ſię.

Przykład pierwſzy. Za pięć łokci ſukna, y ćwierć zapłacono Złotych 84, pytam ile łokieć kosztuie? W tym przykładzie redukuię naprzod 5 łokci, na ćwierci, do ktorych przydawſzy ćwierć iednę, mam ćwierci 21, przez ktore dzielę wydane 84 Złote. Wieloraz 4 wypadaiący, pokazuie mi, że ćwierć iedna ieſt po Złotych 4, a zatym łokieć po Zł. 16.

	Dziel.	*Li. pod.*	*Wieloraz*
5 - 1	21	84	4
4 20		84	
20 - 21		- -	

Przykład drugi. Za płotna łokci 7, y ćwierci 2, dałem Złotych 20, pytam ile za każdy łokieć zapłaciłem? Ponieważ w Dzielniku ſą dwa gatunki, to ieſt łokcie y ćwierci, zatym łokieć redukuię na ćwierci, a przydawſzy 2, mam ćwierci 30, przez ktore że Złotych 20 dzielić nie mogę, redukuię y te na groſze, ktore dopiero przez ćwierci zredukowane podzieliwſzy, mam cenę ćwierci iedney owego płotna, groſzy 20, zatym łokieć wynieſie mi na Złotych 2 y groſzy 20.

7 - 2	20	
4	30	
28	600	
2		
30		
Dziel.	*Licz. podzi.*	*Wieloraz*
30	600	20

Regu-

Reguła trzecia. Jeżeli tak Dzielnik, iako y liczba podzielna z wielu ſkładaią ſię gatunkow, tedy y w Dzielniku, y w liczbie podzielney wſzyſtkie gatunki na naymnieyſzy oſobno redukować potrzeba, toż przez Dzielnika, liczbę podzielną dywidować.

Przykład. Za trzy oka kawy, y funt ieden, dałem Złotych 22, groſzy 10, chcę wiedzieć, ile oko iedno koſztuie? naprzod ok 3 zmultyplikowawſzy przez 3, redukuię na funtow, 10, co będzie nowym Dzielnikiem. Potym Złote 22 redukuię na groſze, y mam wſzyſtkich groſzy 670; ktore nakoniec przez funtow 10 podzieliwſzy, wypada mi funt ieden po groſzy 67, to ieſt po Złotych 2, y groſzy 7, a zatym oko po Zł. 6, y gr. 21, a to w ten ſpoſob?

3 - 1	22 - 10	
3	30	
9	660	
1	10	
Dzielnik	*Liczba podziel.*	*Wieloraz*
10	670.	67
	60	
	-70	
	70	
	--	

Przeſtroga I. *Dzielnik w tey części liczby podzielney, ktorą dzieli, więcey nigdy nad dziewięć razy brać ſię nie może. Ta zas liczba, co po odciągnieniu produktu od liczb do podzielenia*

wzię-

wziętych zostaie się, większa nad Dzielnika, ani mu rowna, nigdy bydź niepowinna, ale zawsze mnieysza, bo ieżeli Dzielnikowi iest rowna, lub nad niego większa, znać że Dzielnik w liczbie do podzielenia odciętey, mniey wzięty był, niżeli się mogł był brać.

Przestroga II. *Jest ieszcze inny sposob na dzielenie liczb zwłaszcza przywiększych, ktory tu dla wiadomości podaie się, y natym zależy, ażeby przed zaczęciem Dywizyi, naprzod Dzielnika przez liczby* 1, 2, 3, 4, *&c. aż do* 9 *porządkiem multyplikować, y wszystkie z tey multyplikacyi wynikaiące produkta ieden pod drugim pisać, przydawszy na drugiey stronie liniyki, liczby te, przez ktore Dzielnik multyplikowany, ten a nie inny ma produkt. te bowiem produkta nic innego nie są, tylko Dzielnik raz lub dwakroć razy wzięty, y wskazuią nam, ile razy Dzielnik w liczbach, od liczby podzielney odciętych brać się powinien. Wizerunek tego w następuiącym widzieć się daie przykładzie.*

Dzielnik y Produkta iego aż do 9.		*Liczba podzielna*	*Wieloraz*
1	144	214,0,0,1,1,7,1,2.	14861192 $\frac{64}{144}$
2	288	144	
3	432	-700	
4	576	576	
5	720	1240	
6	864	1152	
7	1008	--881	
8	1152	864	
9	1296	-171	
		144	
		-277	
		144	
		1331	
		1296	
		--352	
		288	
		-64	

Przeſtroga III. *Tabliczek Nepera, o ktorych w przeſtrodze drugiey po multyplikacyi mowiliſmy z rowną wygodą do Dywizyi, iak y do Multyplikacyi zażyć można ſpoſobem naſtępuiącym. Maiąc naprzykład podzielić* 10504 *przez* 52, *piſzę* naprzod *te dwie dane liczby na oſobney karcie, tak iako ſię do dywizyi piſać powinny.* Powtore. *Biorę Tabliczki E. B. u ktorych wierz-*

chu

chu ſą liczby 5 *y* 2 *Dzielnika ſkładaiące, y układam ie wzdłuż iednę przy drugiey, iak w Multykacyi, toż Tabliczkę A. z liczbami naturalnemi, przyſtawiam na lewym boku Tabliczki E.* Potrzecie. *Odcinam z liczby podzielney z Dzielnikiem na oſobney karcie napiſaney, pierwſzą część, ktorą naprzod przez Dzielnika mam dzielić, iaka tu ieſt* 105, *a ponieważ Wielorazy, czyli liczby naturalne na pierwſzey Tabliczce znayduiące ſię* 1, 2, 3, 4, *&c. pokazuią mi w kolumnach poprzecznych ſobie przyległych, Dzielnika* 52, *raz, dwakroć, trzykroć, czterykroć &c. wziętego, iako ſię łatwo z przeſzłey Przeſtrogi, y z ſamego Tabliczek robienia dorozumieć można, uważam więc w ktorey poprzeczney kolumnie Tabliczek, Dzielnika raz albo kilka razy wziętego reprezentuiących, taż ſama liczba* 105, *lub naybliżſza iey mieści ſię, czyli znayduie, y widzę że w drugiey kolumnie poprzeczney zamyka ſię* 104 *naybliżſza liczbie owey odciętey* 105. Poczwarte. *Przy tey kolumnie,* 2 *na pierwſzey Tabliczce A, w tym ſamym rzędzie położone, ſą wielorazem tey pierwſzey części, zaczym te* 2 *piſzę na prawey ſtronie liczby podzielney na oſobney karcie napiſaney.* Popiąte. *Odciągam* 104 *od owey pierwſzey części odciętey z liczby podzielney, po ktorym odciągnieniu mam zoſtaiące ſię* 1. Poszoſte. *Do tego* 1 *ſkładam naſtępuiącą z liczby podzielney cyfrę* 0, *y mam* 10, *w ktorych że oczywiſta ieſt, iż Dzielnik* 52 *brać ſię nie może, zaczym za drugą część Wieloraza na oſobney kar-*

 cie

cie napiſawſzy cyfrę, ſkładam do owych 10, *naſtępuiącą z liczby podzielney figurę* 4, *a tak mam* 104. Poſiodme. *Uważam znowu, w ktorey poprzeczney kolumnie Tabliczek Dzielnika kilka razy wziętego reprezentuiących, ta liczba* 104 *lub iey naybliżſza zamyka ſię, y znayduię w drugiey kolumnie,* 104, *liczbę ktorey mi prawie potrzeba było, a przy niey w pierwſzey Tabciczce* 2, *y te ſą trzecią częścią Wieloraza.* Nakoniec. 104 *od* 104 *odciągnąwſzy, niezoſtaie ſię nic, a zatym Dywizya ſkończona. Liczby tedy* 10504 *podzieloney przez* 52, *Wieloraz ieſt* 202.

A.	E.	B.
1	5	2
2	10	4
3	15	6
4	20	8
5	25	10
6	30	12
7	35	14
8	4	16
9	45	18

52 | 105, 0, 4, | 202
| 104.
- - 1 0 4
1 0 4
- - -

Przeſtroga IV. *O Doświadczeniu dobrze uczynioney Dywizyi, mowić ſię będzie w naſtępuiącey Propozycyi.*

PROPOZYCYA VII.

Dowieść należycie uczynioney Multyplikacyi, y Dywizyi.

Powſzechne u Arytmetykow ieſt *axioma*: *Deſtruit multiplicatio, quod fecit Diviſio, & reſtaurat Diviſio, quod deſtruxit multiplicatio*, to ieſt: Produkt multyplikacyi przez Dywizyą, a Wieloraz Dywizyi przez multyplikacyą przywracaią ſię do liczb pierwſzych ktore do mnożenia, lub do podzielenia, dane były.

Na doświadczenie tedy dobrze odprawioney multyplikacyi, podziel produkt przez multyplikatora, a Wieloraz liczbie do multyplikacyi daney, rowny bydź powinien: inaczey błąd w multyplikacyi ſtać ſię muſiał. Tak w pierwſzym przykładzie z multyplikacyi produkt 27432, podzieliwſzy przez multyplikatora 8 wynika mi Wieloraz 3429 rowny we wſzyſtkim liczbie do mnożenia daney.

```
      3429.
         8
8|27,4,3,2,|3429
 |24
 -34
  32
  -23
   16
   -72
    72
    --
```

Na doświadczenie Dywizyi, Wieloraz przez Dzielnika zmultyplikowawszy, y przydawszy reszrę, ieżeli się iaka w podziale została, produkt rowny bydź powinien, liczbie do dzielenia daney. Tak w przykładzie pierwszym z Dywizyi, Wieloraz 21141 zmultyplikowawszy przez Dzielnika 6, produkt 126846, wypada rowny liczbie do podzielenia daney.

Dzielnik	*Liczba podz.*		*Wieloraz*
6	12,6,8,4,6,		21141
	12		6
	- - 6	Produkt	126846.
	6		
	- 8		
	6		
	24		
	24		
	- - 6		
	6		
	-		

Z podobną, iak w Addycyi, y w Subtrakcyi łatwością, doświadczyć także można dobrze odprawionych Multyplikacyi, y Dywizyi, przez wyrzucenie dziewięciu. *Naprzod* albowiem po uczynioney multyplikacyi wyrzuca się po dziewięć z liczby A, do mnożenia daney, a 4 pozostałe kładą się na wierzchu krzyża M. *Powtore*, wyrzuca się po dziewięć z multyplikatora B, a 1 od dziewięciu pozostałe, kładzie się na dole krzyża N. *Potrzecie*, te dwie

reszty,

reſzty, multyplikuią ſię między ſobą; a z produktu wyrzuciwſzy ile razy można po dziewęć, reſzta ztąd pozoſtała 4, piſze ſię na boku krzyża O. *Nakoniec*, z produktu generalnego C, każde przypadaiące 9 wyrzuciwſzy, liczba, ktora ſię od oſtatnich dziewięciu, zoſtaie, liczbie O na boku krzyża napiſaney rowna bydź powinna, iakie tu ſą 4, y piſzą ſię na drugim boku tegoż Krzyża P.

A.	1228
B.	19
	11052
	1228
C.	23332

M.
4
O. 4 —— | —— 4 P.
1
N.

W Dywizyi *naprzod* wyrzuca ſię po 9 z Dzielnika D, y reſzta 3 od 9 zoſtąiąca, piſze ſię na wierzchu krzyża Q. *Powtore*, wyrzuca ſię po 9 z Wieloraza F, y reſzta pozoſtała 3, piſze ſię na dole krzyża R. *Potrzecie*, te dwie reſzty z multyplikowawſzy między ſobą, y wyrzuciwſzy z produktu 9, cyfra 0, w tym przykładzie pozoſtała kładzie ſię na boku krzyża S. *Nakoniec*, z liczby podzielney po 9 wyrzuciwſzy, reſztę mieć powinienem rowną liczbie na boku Krzyża T, napiſaney, ktora w naſtępuiącym przykładzie ieſt 0, y piſzę ią na drugim boku Krzyża T.

D. 12 | E. 24,0,1,2 | F. 2001
| 24 |
-- 0
12.
12
--

Q.
3
S. o——|——o T.
3
R.

Przestroga. *Dotąd o prostych rachunkach, całkowitych tak iednego, iako, y rożnego gatunku, mowiliśmy. Przestrogi y nauki sczegulnieysze o każdym z osobna rodzaiu rachunkow, podane, im lepiey kto spamięta, y doskonaley poymie, tym mniey dla siebie znaydzie trudności w następuiących wyższey Arytmetyki Regułach. A że nayczęściey liczby rożnego gatunku w Rachunek wchodzą, z tey przyczyny każdy o to starać się powinien, ażeby doskonale wiedział cenę, y proporcyą gatunku niższego do gatunku wyższego każdey rzeczy, maiąc zupełną monet, wag, y miar, wiadomość; ktore iako w każdym Kraiu nie są iednakowe, tak Reguła na nie generalna, nie tak z przepisu Rachmistrzow, iako bardziey z codzienney praktyki, zabrać się może, a zwłaszcza w naszym Kraiu, gdzie w każdey prawie Prowincyi nazwiska, proporcye miar są rożniące się między sobą. Ktorych specyfikacyą obszerniey tu wyrażać, za rzecz mniey potrzebną osądziłem, aż poki zupełna w całym Państwie tak monety, iako wag, y miar, nie nastąpi koekwacya, y ieden wszędzie walor.*

Za-

Zakończę Rozdział ten, kilką ciekawemi Kwestyami, ażeby łatwością w solwowaniu ich przez proste Arytmetyki Reguły, Młodź zachęcona, do dalszych tym chętniey brała się.

PROPOZYCYA VIII.

Zamykaiąca w sobie niektore ciekawe zadania, ktore przez poprzedzaiące prostey Arytmetyki Reguły łatwo solwować można.

ZADANIE I. Z powszechnego Astronomow wymiaru, Słońce odległe iest od ziemi na mil Niemieckich 20,136,600 a Miesiąc na mil 54900. Pytam iak wielka iest odległość Słońca od Miesiąca.

Odciągnąwszy liczbę mnieyszą od większey, masz odległość Słońca od Miesiąca, mil Niemieckich 20,081,700.

ZADANIE II. Ma Oyciec lat 37, Syn lat 9; pytam ile lat obydwom żyć potrzeba, ażeby Syn miał połowę lat Oycowskich?

Multyplikuy lata Synowskie przez 2, produkt 18, ztąd wypadaiący, odciągniy od lat Oycowskich 37, reszta 19, pokaże ci, że lat 19 Syn z Oycem pożywszy, będzie miał połowę lat Oycowskich. Wszakże 19 a 37, czynią 56, a zdrugiey strony 19 9, czynią 28, co iest połową lat 56.

ZADANIE III. Troię w lat 431 przed założeniem Rzymu zburzyli Grecy. Od założenia Rzymu aż do Narodzenia Chrystusa upłynęło lat 753, od Narodzenia Chrystusa aż do Roku teraznieysze-

go wyſzło lat 1776, pytam, ile lat minęło od zburzenia Troi?

Dodawſzy wſzyſtkie trzy wzwyż wyrażone Summy, maſz lat 2960, ktore od zburzenia Troi do tych czas upłynęły.

ZADANIE IV. Prochow palących wynalazek, przypiſuią Bartoldowi Mnichowi Kolońſkiemu, około Roku 1380, chcę wiedzieć, ile lat od wynalazku prochow minęło?

Odciągniy Rok wzwyż wyrażony od Roku teraznieyſzego, a reſzta 396, to ci pokaże.

ZADANIE V. Homer od Hezyoda ſpytany, ile Grekow na pierwſzą expedycyą pod Troię wyprawiło ſię? Odpowiedział:

Siedm kucheń było, a z każdey przypadło
Pięćdzieſiąt ſtołow zaſtawić potrawy,
Dziewięć ſet Grekow za ieden ſtoł ſiadło,
Zdatnych iedynie do Woienney ſprawy.

Zmultyplikowawſzy, naprzod 7 przez 50, a potym produkt ztąd wynikaiący 350 przez 900, maſz produkt generalny 315000; ile Woiennikow Greckich pod Troię na pierwſzą expedycyą wyprawiło ſię.

ZADANIE VI. Na teyże Woynie Troiańſkiey, ktora lat 10 trwała, zginęło o gołem Grekow y Troian 1,566,000, ale tak; że klęſka Grekow, 194 tyſiącami więcey nad Troian wynoſiła, pytam ile zginęło Grekow, ile Troian?

Do połowy Summy generalney dodawſzy połowę przewyżſzki, czyli rożnicy, ktora tu między klęſkami zachodzi, maſz liczbę zabitych Grekow

880000,

880000, a od połowy Summy generalney odciągnąwszy połowę teyże przewyższki, masz licżbę zabitych Troian 686000.

ZADANIE VII. Obwod czyli Cyrkuł okręgu Ziemowodnego dzieli się na 360 Gradusow, w iednym Gradusie iest mil Niemieckich 15, Polskich 18, pytam ile ma mil Niemieckich, lub Polskich, odwod całey ziemi?

Zmultyplikowawszy 360 Gradusow przez 15, masz okręgu ziemskiego na mil Niemieckich 5400, a z multyplikowawszy też gradusy przez 18, masz mil Polskich 6480.

ZADANIE VIII. Podrożny żartuiąc z Arytmetyka, rzecze do niego: Doydź przez twe rachunki, ile mil w tym tygodniu ubiegłem?

Arytmetyk niewiedząc kwoty mil owych, każe ie podrożnemu sekretnie multyplikować przez 9, toż produkt podzielić przez 3, a Wieloraz z tey Dywizyi wypadaiący, znowu multyplikować przez 6. Toż prosi go o wskazanie sobie ostatniego produktu, ktory sam podzieliwszy przez 18 ma mil zadanych kwotę. Daymy że mil owych było 24, te z multyplikowawszy przez 9, iest produkt 216, ktory podzieliwszy przez 3, wypada Wieloraz 72, a ten multyplikuiąc znowu przez 6, wychodzi produkt 432, ten produkt ostatni gdy nakoniec podzielę przez 18, mam Wieloraz 24, ktora mil liczba założona była.

ZADANIE IX. W pewney Fortecy było Francuzow y Szwaycarow 2,114, na Szwaycarow tylko raz w tydzień warta przypadała, pytam wiele było Francuzow, a wiele Szwaycarow? Po-

Podziel 2,114, przez dni 7, z ktorych ſkłada ſię ieden tydzień, a Wieloraz pokaże ci liczbę Szwaycarow 302; Wieloraz ten odciągnąwſzy od 2,114, reſzta 1,812 pokaże ci liczbę Francuzow.

ZADANIE X. Dwoch Braci, proſzą trzeciego o orzechy, ktore niedawno kupił! Na co im tak mowi:

Oyciec połowę, czwartą część ma Matka,
Szoſtąm dał Sioſtrze. Wy chcecie oſtatka?
Z tyſiąca dwoch ſet, tylko te, mam w reście,
Ktorych zgadnąwſzy liczbę, wſzyſtkie weście.

Podziel *naprzod* 1,200 przez dwa, a Wieloraz pokaże ci, że Oyciec wziął 600.

Podziel *powtore* 1,200 przez 4, a Wieloraz pokaże ci, że Matka wzięła 300.

Podziel *potrzecie* 1,200 przez 6, a Wieloraz pokaże ci, że Sioſtrze doſtało ſię 200.

Znioſſzy te Summy parcyalne, Summę z nich zebraną 1,100 odciągniy od 1,200, reſzta od odciągnienia pozoſtała, pokaże, że ieſzcze zoſtało mu ſię orzechow 100. ktore dwom Braci ofiarował.

ROZDZIAŁ II.

O Rachunkach Liczb Łamanych.

I. Liczba Łamana, ktorą inaczey zowiemy *Frakcyą* lub *Minucyą*, ieſt część iedna, albo więcey części rzeczy iakiey, na kilka rownych części podzieloney. Tak podzieliwſzy Złoty ieden na trzy części, gdy mam z tych trzech części, dwie, mowi ſię że mam dwa ze trzech, co na piśmie tak ſię wyraża $\frac{2}{3}$. Do

Do wyrażenia tedy liczby łamaney, dwa numery koniecznie ſą potrzebne, ieden ktory kładę nad liniyką a ten zowie ſię Licznik, *Numerator*, y wſkazuie mi, wiele mam częśći z rzeczy podzieloney. Drugi, ktory piſzę pod liniyką, a ten zowie ſię Mianownik, *Denominator*, y wymienia mi, na wiele części rzecz owa podzielona była. Tak naprzykład: $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{2}{7}\ \frac{4}{9}\ \frac{11}{20}$ znaczy, że mam iednę ze dwoch, czyli połowę, iednę ze trzech, dwie z ſiedmiu, cztery z dziewięciu, iedenaście ze dwudzieſtu części rzeczy iakiey, na takowe części rownie podzieloney.

II. Liczba łamana, w ktorey Licznik Denominatorowi rowny będzie, znaczy iedno całkowite, tak maiąc $\frac{3}{3}$ trzy ze trzech; mam iedno całe, bo mam 3 części z rzeczy tey, ktora na też ſame 3, podzielona była.

III. Liczba łamana, w ktorey Numerator nad Denominatora ieſt więkſzy, zowie ſię *impropria*, to ieſt niewłaściwa czyli zmyślona tylko; y wynoſi więcey nad iedno całkowite. Tak maiąc $\frac{5}{3}$ pięć ze trzech części iednego Złotego, znaczy, że mam y te trzy części, na ktore, Złoty podzielony był, y dwie procz tego części, drugiego Złotego, na takowe rowne trzy części podzielonego, to ieſt mam Złoty ieden cały, y dwie ze trzech części drugiego Złotego, czyli groſzy 20; co ſię tak wyraża $1\frac{2}{3}$. Złoty ieden, y dwie ze trzech części, drugiego.

Ztąd oczywiście pokazuie ſię, że ilekroć liczba łamana ieſt właściwa, zawſze cena iey ieſt mnieyſza od iednego całkowitego, gdyż w niey Licznik mnieyſzy ieſt od Mianownika; a Mianownik wſkazuie na wiele części iedno całkowite podzielone było.

IV. Ktoraby z danych frakcyi była więkſza nie tak łatwo poznać można. Tak zgadnąć od razu trudno, ktora z naſtępuiących dwoch frakcyi ieſt więkſza: $\frac{3}{4}$. $\frac{5}{7}$. Gdy iednak dane frakcye iednego Licznika mieć będą, ta z nich mnieyſza będzie, ktorey Mianownik będzie mnieyſzy; tak frakcya $\frac{1}{2}$, ieſt więkſza nad frakcyą $\frac{1}{4}$, iako też frakcya $\frac{3}{5}$ nad frakcyą $\frac{3}{7}$. Gdy zaś dane frakcye Mianownika iednego maią, ta z nich ieſt więkſza ktora więkſzego ma Licznika. Tak więkſza ieſt frakcya $\frac{2}{3}$ nad frakcyą $\frac{1}{3}$, tudzież: $\frac{3}{4}$ nad $\frac{1}{4}$. A gdy danych frakcyi y Liczniki y Mianowniki rożnią ſię od ſiebie; w ten czas dla poznania więkſzości lub mnieyſzości iedney od drugiey, trzeba ie wprzod do iednego Mianownika zredukować, ſpoſobem ktory ſię poda niżey w Propozycyi III, tego Rozdziału.

V. Ceny liczb łamanych iednego Licznika maiących ſą do ſiebie w proporcyi ſwoich Mianownikow na przemian wziętych, *in proportione reciproca ſuorum Denominatorum*, to ieſt: tak ſię ma cena frakcyi $\frac{3}{7}$, do ceny frakcyi $\frac{3}{5}$, iak ſię ma 5, Mianownik frakcyi drugiey do 7, Mianownika frakcyi pierwſzey, $\frac{3}{7}$. $\frac{3}{5}$: : 5. 7. Ceny zaś Frakcyi Mianownika wſpolnego maiących, ſą do ſiebie w proporcyi ſwoich właſnych Licznikow; tak: cena Frakcyi $\frac{2}{3}$ ieſt do ceny Frakcyi $\frac{1}{3}$, iak ſię ma 2, Licznik frakcyi pierwſzey do 1 Licznika frakcyi drugiey; $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{3}$: : 2. 1. (*)

VI.

(*) O Proporcyach będzie ſię mowiło w Rozdziale IV. y okazanie niezawodności tego punktu tam naylepiey pokaże ſię.

VI. Ułamek liczby łamaney, czyli Frakcya Frakcyi, ieſt część, od ſamey że Frakcyi odcięta, tak gdy z $\frac{2}{3}$ odcinam połowę, mowi ſię że ieſt odcięta połowa dwoch ze trzech, a piſze ſię tak: $\frac{1}{2} \mid \frac{2}{3}$; liniyka te dwie Frakcye przedzielaiąca znaczy, że pierwſza Frakcya ieſt częścią Frakcyi naſtępuiącey. Tak maiąc $\frac{2}{3}$ dwie ze trzech części iednego Złotego, to ieſt gr. 20, gdy z tych daię komu $\frac{1}{2}$ czyli połowę; mowi ſię, żem mu dał połowę dwoch ze trzech części iednego Złotego, to ieſt groſzy 10.

VII. *Dla uniknienia przydłużſzego zatrudnienia w Rachunkach zażywać będziemy na potym naſtępuiących znakow Arytmetycznych, powſzechnie wſzyſtkim Rachmiſtrzom świadomych, ktore dobrze w pamięć wbić ſobie potrzeba, żeby z małey na nie bacznosci, omyłek y błędow w dalſzych Rachunkach niepopełniać.*

Znak tedy rowności między liczbami ieſt taki: =; *naprzykład* a = b, znaczy że cena pod literą a, wyrażona, rowna ieſt we wſzyſtkim cenie, ktora pod literą b, mieści ſię,

Znak Addycyi ieſt † nazywa ſię *plus*, to ieſt więcey, co u nas wyrazić ſię może tą Koniunkcyą, *a*, tak *naprzykład* 2 † 3 † 5 † 1 = 11, znaczy: że 2, a 2, a 5, y iedno czynią 11, albo rowne ſą iedenaſtu.

Znak Subtrakcyi ieſt — *minus*, mniey, *np.* 8 — 5 = 3, znaczy, ze ośm zmnieyſzone pięcioma rownaią ſię trzem.

Znak Multyplikacyi ieſt X Tak 5X3=15, znaczy że pięć zmultyplikowane przez trzy rownaią ſię piętnaſtom.

Znak Dywizyi wyraża ſię Frakcyą, w ktorey liczba do dzielenia dana, kładzie ſię na mieyſcu *Numeratora*, a Dzielnik, na mieyſcu Denominatora, *naprzykład* $\frac{18}{3} = 6$, znaczy że 18 podzielone przez 3, rownaią ſię ſześciom.

Znak proporcyi, czyli względu rownego między liczbami ieſt, : : *naprzykład* 2. 4 : : 5. 10, znaczy, że między 2 y 4, taż ſama zachodzi rożnica, tenże ſam wzgląd, co między 5 y 10, to ieſt, że iako 2, w 4, tak 5, w 10, zupełnie dwa razy mieſzczą ſię.

Znak proporcyi ciągnioney ieſt ∵ z ſamego początku położony; *naprzykład* ∵ 2 4 8, znaczy że śrzednia liczba 4, bierze ſię dwa razy, raz, iako 2, dwa razy w ſobie zamyka, drugi raz, iako ſama w 8 dwa razy wzaiemnie mieści ſię.

VIII. *Axyomata, czyli prawdy niezawodne Arytmetyczne, do doſkonalſzego liczb łamanych zrozumienia potrzebne.*

AXYOMA I.

Jedno do całey Frakcyi tę ma proporcyą, iaką ma proporcyą Denominator teyże Frakcyi do ſwego Numeratora. *Naprzykład* 1, $\frac{2}{3}$: : 3. 2, iedno bowiem, ieſt to rzecz cała nie podzielona, ktora tak ſię ma do ſwoich części, przez całą Frakcyą wyrażonych, iak ſię ma Denominator, ktory nic innego nie ieſt, tylko toż ſamo iedno na części podzielone, do tychże ſamych ſwoich części w Numeratorze zamkniętych. Pokażmy to w *Przykładzie*, niechay będą $\frac{2}{3}$, dwie ze trzech części iednego Złotego, to ieſt groſzy 20. Złoty tedy ieden tak ſię ma

do

do $\frac{2}{3}$, to ieſt do groſzy 20, ktore cała Frakcya $\frac{2}{3}$ wyraża, iak ſię maią groſzy 30, czyli Złoty do groſzy 20, to ieſt Denominator do Numeratora.

AXYOMA II.

Frakcye w ktorych Numeratory iednakową do Denominatorow ſwoich maią proporcyą, ſą rowne, y iedney ceny. *Naprzykład* $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}$. Ponieważ w każdey z tych Frakcyi numerator dwa razy zupełnie mieści ſię w ſwoim Denominatorze, z tey przyczyny wſzyſtkie te Frakcye ieden walor maią, to ieſt wſzyſtkie znaczą połowę.

AXYOMA III.

Frakcya, ktorey tak Numerator, iako y Denominator przez tęż ſamę multyplikuią ſię, lub dzielą razem liczbę, waloru ſwego nieodmienia, y zawſze iedney ieſt ceny, tak naſtępuiącey Frackyi $\frac{4}{8}$ multyplikuiąc przez 5 tak Numeratora 4, iako y Denominatora 8, wynika Frakcya $\frac{20}{40}$, ktora toż ſamo znaczy, co pierwſza. Podobnymże ſpoſobem dzieląc tak Numeratora 4, iak Denominatora 8, przez 2, wynika Frakcya $\frac{2}{4}$, tegoż ſamego co y pierwſza, waloru.

Ztąd idzie: że niezliczone mogą bydź frakcye iedneyże ceny, acz nie iednemi terminami czyli liczbami będą wyrażone, iakie ſą *np.* naſtępuiące frakcye. $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{4}{8}, \frac{8}{16}, \frac{16}{32}$, y inne tym podobne.

Przeſtroga. *Wiele zależy na tym, ażeby dotąd wyrażone o Liczbach łamanych, nauki, Definicye, y Axyomata, dobrze zrozumieć y pomnieć,*

bez czego, następuiące Propozycye niemało trudności sprawić by mogły.

PROPOZYCYA I.

Danych dwoch Liczb znaleść miarę powszechną naywiękſzą.

Miara dwoch liczb powſzechna naywiękſza ieſt liczba taka, ktora, rownie zupełnie, y bez naymnieyſzey reſzty, obydwie dane liczby dzieli, *naprzykład* między 12 y 15, miara powſzechna naywiękſza ieſt 3, gdyż przez te 3 podzieliwſzy 12, wychodzi mi ſpełna 4, a podzieliwſzy 15, wychodzi mi ſpełna 5, bez naymnieyſzey od obydwu liczb danych reſzty. Dla tego zaś liczba taka nazywa ſię miarą naywiękſzą, że liczb przez nię podzielonych, żadna inna liczba większa nad nią zarownie podzielić nie może.

Chcąc tedy dwoch liczb danych powſzechną miarę naywiękſzą znaleść, iedney *naprzykład* pod literą A, drugiey pod literą B, wyrażoney; dziel naprzod liczbę większą A, przez liczbę mnieyſzą B, a Wieloraz z tego podzielenia wypadaiący, mimo puściwſzy, przez reſztę pozoſtałą C, dziel znowu liczbę mnieyſzą B, a zaniechawſzy y tu Wieloraza, znowu przez zoſtaiącą ſię reſztę D, dziel liczbę C, gdzie znowu Wieloraz porzuciwſzy, przez reſztę E, dziel liczbę D, toż przez reſztę F, dziel znowu liczbę E, ktora liczba F, że bez naymnieyſzey reſzty podzieliła liczbę E, ieſt dwoch liczb A y B na początku danych naywiękſzą powſzechną miarą, ktorey ſzukałeś,

łeś, a zatym podzieliwſzy przez 18, naprzod więkſzą liczbę A 234, wypadnie ci 13, potym mnieyſzą liczbę B, 144, wypadnie ci 8, bez naymnieyſzey, od podzielenia obydwu danych liczb reſzty. Wizerunek tego maſz naſtępuiący.

```
B. 144.|A. 234|1
       |   144|
       ----------
        C. - 90|B. 144|1
               |    90|
               ----------
                D.  54|C. 90|1
                      |   54|
                      --------
                       E 36|D. 54|1
                           |   36|
                           --------
                            F. 18|E. 36|2
                                 |   36|
                                 --------
                                     --
```

Przykład drugi. Szukam naywiękſzey powſzechney miary, między naſtępuiącemi dwoma liczbami, iedney pod literą G, drugiey pod literą H.

```
H. 102|G. 438|4
      |   408|
      ----------
       I. - 30|H. 102|3
              |    90|
              ----------
               K.  12|I. 30|2
                     |   24|
                     --------
                      L. - 6|K. 12|2
                            |   12|
                            --------
                                 --
```

 Między-

Między temi dwoma danemi liczbami, nay-więkſza powſzechna miara, ieſt 6, przez ktore, dzieląc liczbę więkſzą G. 438, wypada 73. Dzieląc tudzież liczbę mnieyſzą H. 102, wypada 17 bez naymnieyſzey od podzielenia obydwu liczb reſzty.

Jeżeli zaś po ſkończoney tym ſpoſobem między dwoma danemi liczbami Dywizyi, zoſtaie ſię 1, znak ieſt że liczby dane powſzechney żadney miary między ſobą nie maią, y ſą względem ſiebie *numeri incommenſurabiles*, liczby niezmierzyſte, iako to daie ſię widzieć w naſtępuiących dwoch liczbach, pod literami M. y N. wyrażonych.

```
N. 49|M. 134|2
     |    98|
     ---------
  O.  36|N. 49|1
        |   36|
        --------
     P.  13|O. 36|2
           |   26|
           --------
        Q. 10|P. 13|1
             |   10|
             -------
          R. - 3|Q. 10|3
                |    9|
                -------
                      1
```

Ze tedy te dwie liczby M, y N, dzieląc między ſobą wzwyż wyrażonym ſpoſobem, zoſtaie mi ſię nakoniec 1. Znak ieſt że liczby owe żadney powſzechney miary nie maią, a przeto przez żadną liczbę podzielić ich tak nie można, ażeby ſię od obydwu nic niezoſtało.

Demon-

Demonſtracya czyli ukazanie tey operacyi, przez ſię ieſt iawne. Bo przez nieuſtanne owe liczby mnieyſzey od większey przez Dywizyą odciągnienie, przyiść na oſtatek koniecznie muſiemy, do takiey liczby, ktoraby danych liczb rownym była wymiarem, albo wſkazała nam przynaymniey, że między liczbami danemi żadna miara powſzechna znaleść ſię nie może. Liczba, dane liczby dzielić rownie mogąca, zowie ſię ieſzcze inaczey liczb owych część ila, *Pars aliquota*, a liczba ktora danych liczb, iako miara powſzechna dzielić nie może, zowie ſię część iakaś, *Pars aliquanta*, iedney z nich, to ieſt tey, ktorą bez pozoſtania reſzty nie dzieli.

Przeſtroga. *Liczba każda ſiebie ſamę raz mierzy, zaczym zażyta bydź może za naywiększą powſzechną miarę, między ſobą, y drugą liczbą daną, tak 7 ieſt naywiększą powſzechną miarą między 7 y 21. Bo 7 podzieliwſzy przez 7, wypada 1, a 21 podzieliwſzy przez 7, wypadaią 3; bez naymnieyſzey od liczby oboiey, reſzty.*

PROPOZYCYA II.

Liczbę łamaną na naymnieyſze terminy redukować.

Do iaſney, y łatwieyſzey, liczb łamanych Rachuby, naywięcey pomaga, kiedy ie do iak naymnieyſzych redukuiemy terminow, ktoremi Frakcye wyrażone, toż ſamo znaczą, co znaczyły przedtym w wielkich terminach zamknięte.

Chcąc tedy Frakcyą do naymnieyſzych terminow redukować *naprzod* przez *Propozycyą poprze-*

dzaiącą znaydziy naywiękſzą powſzechną miarę, między iey Numeratorem, y Denominatorem.

Powtore. Przez wynalezioną naywiękſzą powſzechną miarę, podziel oſobno Numeratora, y oſobno Denominatora Frakcyi daney; Wieloraz Numeratora, będzie nowym Numeratorem, Wieloraz Denominatora, będzie nowym Denominatorem Frakcyi nowey, rowney we wſzyſtkim daney Frakcyi *przez Axyoma III.* Tak *naprzykład* Frakcyę naſtępuiącą $\frac{160}{296}$ chcąc redukować do naymnieyſzych terminow, ſzukam przez *Proporcyą poprzedzaiącą* naywiękſzey powſzechney między temi dwoma liczbami miary, ktora ieſt 8, przez te 8 dzieląc Numeratora 160, mam 20, dzieląc potym Denominatora 296, mam 37, z czego wynika mi Frakcya $\frac{20}{37}$ w naymnieyſzych terminach wyrażona, a tegoż ſamego waloru, co Frakcya dana $\frac{160}{296}$ Tym ſamym ſpoſobem czyniąc, z naſtępuiącey liczby łamaney $\frac{60}{96}$, mam inną $\frac{5}{8}$ pierwſzey we wſzyſtkim rowną, dzieląc y Numeratora, y Denominatora iey przez 12, ktore ſą naywiękſzą miarą daney Frakcyi $\frac{60}{96}$.

Przeſtroga. *Redukowanie Liczby łamaney do naymnieyſzych terminow przyciężkie ieſt, y częſtokroć ſtać ſię nie może. Są iednak niektore znaki, z ktorych ſię poznaie, możeli dana frakcya wyrażona być mnieyſzemi terminami?*

Naprzod. *Ilekroć na końcu obydwoch daney frakcyi terminow będą liczby parzyſte, tylekroć liczba 2, będzie ich powſzechną miarą, przez ktorą coraz na mnieyſze terminy, powtorzoną kilkakroć Dywizyą zredukowane bydź mogą,* np. *Frakcya*

$\frac{128}{432}$

$\frac{128}{432}$, *redukuie ſię do frakcyi* $\frac{8}{27}$, *gdyż dzieląc daną frakcyą przez* 2, *wypadnie* $\frac{64}{216}$, *tę znowu dzieląc przez* 2, *wypadnie* $\frac{32}{108}$, *ktora znowu podzielona przez dwa da inną frakcyą* $\frac{16}{54}$, *a ta tymże przez* 2, *podzieleniem wynidzie nakoniec na frakcyą* $\frac{8}{27}$.

Powtore: *Frakcya maiąca na końcu ſwoich terminow* o, *może ſię redukować niezawodnie na mnieyſzą przez* 5, *lub przez* 10. *Tym ſpoſobem:* $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$.

Potrzecie. *Każda liczba maiąca oſtatnią figurę* 5, *przez też* 5, *punktualnie dzielona bydź może. Więc Frakcya* $\frac{15}{85} = \frac{3}{17}$.

Poczwarte. *Liczby ktorych wſzyſtkie figury proſtą addycyą zebrane pokazuią ſię bydź podzielne przez* 3, *dzielą ſię zupełnie przez też* 3. *Y dla tego frakcya:* $\frac{288}{351}$, *przez* 3, *redukowana bydź może naprzod na Frakcyą* $\frac{96}{117}$.; *a potym na frakcyą* $\frac{32}{39}$. *Bo Summa figur licznika* 2 † 8 † 8 = 18, *y Summa figur mianownika* 3 † 5 † 1 = 9, *dzielą ſię zupełnie przez* 3.

PROPOZYCYA III.

Dane Frakcye do iednego Mianownika, czyli Denominatora redukować.

Redukować Frakcye do iednego Mianownika nie innego nie ieſt, tylko uczynić, ażeby Frakcye rożnych Mianownikow maiące, iednego na potym Mianownika miały, nieodmieniwſzy nic wewnętrzney ſwoiey ceny.

Chcąc tedy dwie Frakcye, *naprzykład* $\frac{2}{3}$ y $\frac{9}{4}$ do iednego Mianownika redukować, rozmnoż *na-*

przod przez Mianownika drugiey Frakcyi, osobno Licznika, y osobno Mianownika Frakcyi pierwszey, to iest $4 X \frac{2}{3}$, masz inną Frakcyą $\frac{8}{12}$, pierwszey ze wszystkim rowną. Rozmnoż *potym* przez Mianownika Frakcyi perwszey, Licznika, y Mianownika Frakcyi drugiey, to iest $3 X \frac{3}{4}$, masz inną Frakcyą $\frac{9}{12}$, drugiey daney Frakcyi ze wszystkim rowną. Otoż te dwie dane Frakcye, waloru swego nic niestraciwszy *przez Axyoma III*, iednego teraz Mianownika maią.

$$\frac{2}{3} \text{ X } \frac{3}{4} \quad \Big| \quad \frac{1}{6} \text{ X } \frac{10}{15}$$

$$\frac{8}{12} \quad \frac{9}{12} \quad \Big| \quad \frac{15}{90} \quad \frac{60}{90}$$

Jeżeli zaś danych będzie więcey liczb łamanych, ażeby ie do iednego Mianownika redukować, *naprzykład* $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$. W ten czas *naprzod* przez produkt Mianownikow drugiey, y trzeciey Frakcyi, rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi pierwszey, to iest $20 X \frac{2}{3}$ masz Frakcyą nową $\frac{40}{60}$ pierwszey ze wszystkim rowną, *przez Axyoma III. Powtore* przez produkt Mianownikow Frakcyi pierwszey, y trzeciey, rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi drugiey, to iest $15 X \frac{3}{4}$, masz Frakcyą nową $\frac{45}{60}$ drugiey daney Frakcyi ze wszystkim rowną; przez toż *Axyoma III. Potrzecie.* Przez produkt Mianownikow Frakcyi pierwszey, y drugiey rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi trzeciey, to iest $12 X \frac{1}{5}$, masz Frakcyą nową $\frac{12}{60}$, trzeciey daney Frakcyi ze wszystkim rowną przez toż *Axyoma III.*. Aż oto te trzy Frakcye, waloru swego wewnętrznego nic niestraciwszy, iednego iuż Mianownika maią.

$\frac{2}{3} X \frac{3}{4}$

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{5}$	$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$
$\frac{40}{60}$ $\frac{45}{60}$ $\frac{12}{60}$	$\frac{20}{40}$ $\frac{24}{40}$ $\frac{20}{40}$

Toż ſamo czyń, ilekolwiek Frakcyi do iednego Mianownika redukować ci przyidzie, to ieſt: przez produkt wſzyſtkich Mianownikow, (oprocz Mianownika Frakcyi, ktorą aktu redukuieſz) mnoż oſobno Licznika, y Mianownika, wſzyſtkich z oſobna danych Frakcyi.

Przeſtroga I. *Gdy Mianownik iedney ze dwoch Frakcyi danych, ſpełna dzieli Mianownika Frakcyi drugiey, w ten czas przez Wieloraz z tey Dywizyi wynikaiący, rozmnoż Licznika, y Mianownika tey Frakcyi, ktorey Denominator, Denominatora Frakcyi drugiey zupełnie podzielił, a Frakcye będą mieć obydwie iednego Mianownika. Niechay* naprzykład *będą dane dwie naſtępuiące Frakcye* $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{15}$. *Ponieważ* 3 *Denominator pierwſzey Frakcyi, mieści ſię zupełnie pięć razy w* 15, *to ieſt Denominatorze Frakcyi drugiey; zaczym przez ten Wieloraz* 5, *zmultyplikowawſzy Licznika, y Mianownika Frakcyi pierwſzey,* 5 X $\frac{2}{3}$ *maſz* $\frac{10}{15}$, *ktora Frakcya tegoż ſamego Mianownika ma, co y druga* $\frac{7}{15}$.

Przykład pierwſzy.	Przykład drugi.
$\frac{2}{3}$, $\frac{7}{15}$	$\frac{1}{4}$, $\frac{3}{12}$
$\frac{10}{15}$, $\frac{7}{15}$	$\frac{3}{12}$, $\frac{3}{12}$

Przeſtroga II. *Z tey Propozycyi uczemy ſię poznawać, ktora z zadanych liczb łamanych ieſt większa? bo zredukowawſzy ie do iednego Mianownika, ta większa ieſt, ktorey Licznik ieſt większy.*

PRO-

PROPOZYCYA IV.

Liczbę łamaną do iakiegokolwiek danego Denominatora redukować, nieodmieniaiąc ceny iey bynaymniey.

Niechay będzie dana Frakcya $\frac{2}{3}$, ktorą potrzeba redukować na Frakcyą maiącą Denominatora 60.

Przez Licznika 2, rozmnoż danego Denominatora 60, 2 X 60, a produkt 120, podziel przez 3 Denominatora daney Frakcyi, 3 | 120 | 40. Wieloraz ztąd wypadaiący 40, będzie nowym Licznikiem zadanego Mianownika 60, y wynidzie Frakcya $\frac{40}{60}$ daney Frakcyi $\frac{2}{3}$ we wſzyſtkim rowna, przez *Axyoma II.* Bo 3, 2 : : 60, 40.

Jeżeli zaś daney Frakcyi Denominator, nie ſpełna dzieli produkt z Denominatora nowego, y z Numeratora daney Frakcyi wypływaiący, iako *naprzykład* w naſtępuiącey liczbie łamaney $\frac{2}{3}$, ktorą chcę do Denominatora 8 redukować, gdyż 8 X 2 = 16, a 16 podzielone przez 3, czynią 5, y zoſtaie ſię 1; w ten czas za Numeratora, danemu Denominatorowi, napiſawſzy Wieloraz 5, to ieſt $\frac{5}{8}$, reſztę zoſtaiącą ſię, iakie ieſt w tym razie 1, napiſz za ułamek liczby łamaney $\frac{1}{8}$ z pierwſzym Denominatorem 3, naſtępuiącym ſpoſobem $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{8}$, y to przez znak Addycyi † przyłącz do wynalezioney Frakcyi, tak: $\frac{5}{8}$ † $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{8}$. Co ſię tak wymawia: dwa ze trzech zredukowane do Denominatora ośmiu czynią pięć z ośmiu, y ieden ze trzech, iednego z ośmiu $\frac{2}{3} = \frac{5}{8}$ † $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{8}$.

Ze

Ze zaś $\frac{2}{3}$ rownie ſą $\frac{5}{8}$ † $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{8}$ dowieść tego dowodnie można przez *Axyoma II.* Bo przez *Propozycyą* VII, *tego Rozdziału* ten ułamek liczby łamaney $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{8}$, do iedney zredukowawſzy Frakcyi czyni $\frac{1}{24}$. A zatym $\frac{2}{3} = \frac{5}{8}$ † $\frac{1}{24}$, a przez *Axyoma III*, y przez *Przeſtrogę* I. *Propozycyi* III. $\frac{2}{3} = \frac{15}{24}$ † $\frac{1}{24}$, to ieſt przez *Prop.* VIII, *tego Rozd.* $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$. Nakoniec przez *Prop.* II, zredukowawſzy Frakcyą $\frac{16}{24}$ na naymnieyſze terminy $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$.

Przeſtroga. *Z tey Propozycyi uczemy ſię dochodzić ceny liczb łamanych, przez zredukowanie ich na części nam wiadome. Tak chcąc wiedzieć, ile czynią $\frac{3}{8}$, trzy z ośmiu części dnia iednego? redukuię tę Frakcyą do Denominatora 24, ile godzin zamyka w ſobie dzień naturalny. A zmultyplikowawſzy danego Denominatora 24, przez 3 Numeratora daney Frakcyi, y produkt ztąd wynikaiący 72, podzieliwſzy przez 8, Denominatora teyże Frakcyi, mam inną nową Frakcyą $\frac{9}{24}$, pierwſzey ze wſzyſtkim rowną,* przez Axyoma II, *lecz z ktorey, części owe dnia poznać, y wyrazić mogę doſkonale. Bo ieżeli $\frac{3}{8}$, $= \frac{9}{24}$, toć trzy z ośmiu części dnia iednego znaczy godzin dziewięć.*

PROPOZYCYA V.

Liczbę Łamaną na Liczby Całkowite redukować.

Gdy Licznik nad Mianownika ſwoiego większy ieſt, Frakcya taka (iako ſię wyżey rzekło) ieſt niewłaściwa, a przeto kiedy tego potrzeba będzie, bardzo łatwo zamieniemy, y zredukuiemy ią na liczbę

czbę Całkowitą, podzieliwszy Licznika iey, przez Mianownika. *Naprzykład* następuiącey Frakcyi $\frac{12}{3}$, podzieliwszy Licznika 12, przez Mianownika 3, wypada na liczbę całkowitą Wieloraz 4. Tak maiąc $\frac{6}{3}$, Złotego, mam Zł. 2. Bo $\frac{6}{3} = 2$.

Gdy zaś mianownik niespełna dzieli Licznika, reszta pozostała, od złożenia liczby całkowitey, kładzie się za Frakcyą z tymże samym Mianownikiem. Tak maiąc $\frac{10}{3}$ Złotego mam Złotych 3, y iednę ze trzech części czwartego Złotego, to iest groszy 10. Bo $\frac{10}{3} = 3 \dagger \frac{1}{3}$.

Przestroga. *Z tey Propozycyi uczemy się redukować, Monety, Wagi, y Miary, mniey ze na większe: tak* $\frac{330}{30}$ *Groszy* = *Złotych* 11, *tak* $\frac{168}{24}$ *Godzin* = *Dni* 7.

PROPOZYCYA VI.

Liczbę Całkowitą na Liczbę Łamaną do iakiegokolwiek danego Denominatora redukować.

Daymy *naprzykład* 3 aby ie redukować na liczbę łamaną, ktorey Denominatorem ma bydź 7. Rozmnoż daną liczbę całkowitą 3 przez danego Denominatora 7, a produkt 21 napisz za Licznika temuż Denominatorowi, masz Frakcyą $\frac{21}{7}$ rowną we wszystkim daney liczbie całkowitey 3, albowiem 21 podzieliwszy przez 7, wroci się nazad 3. Tak chcąc 3 Złote zredukować do Denominatora 30, multyplikuię 30 X 3, y mam Frakcyą $\frac{90}{30}$ to iest groszy 90 = Złotych 3.

Przestroga. I. *Toż samo czyń, redukuiąc liczbę całkowitą, y przyłączaiąc do Frakcyi daney.*

ney. Naprzykład redukuiąc, y przyłączaiąc 2 *do* $\frac{2}{3}$. *Rozmnożywßy albowiem* 2 *przez* 3 *Denominatora daney Frakcyi, produkt* 6, *złącz przez Addycyą z* 2, *Licznikiem daney Frakcyi, y maß* 8, *ktore napiß za Licznika temuż ſamemu Denominatorowi* 3, *będzieß miał nową Frakcyą* $\frac{8}{3}$ $= 2 \dagger \frac{2}{3}$.

Przeſtroga II. *Liczbie całkowitey podłożywßy za Mianownika* 1, *ſtaie ſię niby Frakcya* quaſi Fractio, *tak* $\frac{6}{1} = 6$, $\frac{8}{1} = 8$. *Proßę to dobrze pomnieć do naſtępuiących Propozycyi, gdzie o Multyplikacyi, y Dywizyi liczb łamanych mowić będziemy.*

Przeſtroga III. *Z tey Propozycyi, uczemy ſię redukować Monety, Wagi y Miary więkſze na mnieyſze, zmultyplikowawßy ie, przez Monety, Wagi, y Miary mnieyſze, ktore w ſobie zamykaią. Tak Talerow bitych* 15, *zmultyplikowawßy przez* 8, *mam Złotych* 120. *Cetnarow* 5, *zmultyplikowawßy przez* 160, *mam funtow* 800. *Graduſow* 7 *zmultyplikowawßy przez* 15, *mam mil Niemieckich* 105.

PROPOZYCYA VII.

Ułamki Liczby Łamaney na iednę proſtą Frakcyą zredukować.

Chcąc ułamek liczby łamaney, do iedneyże Frakcyi, z Frakcyą ktorey ieſt ułamkiem redukować, *naprzykład* z tych dwoch Frakcyi $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$, z ktorych pierwſza ieſt ułamkiem drugiey, chcąc iednę Frakcyą zrobić; multyplikuy oſobno między ſobą Licznikow 1 X 2, y oſobno Mianownikow 2X3, produkta

dukta z nich wypadaiące 2, y 6, będą nowym Licznikiem, y Mianownikiem, to ieſt produkt z Licznikow 1 X 2 = 2, będzie nowym Licznikiem, produkt z Mianownikow 2X3 = 6, będzie nowym Mianownikiem Frakcyi $\frac{2}{6}$ rowney we wſzyſtkim daney Frakcyi z iey ułamkiem $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$.

Obiaśniam to naſtępuiącym przykładem. Maiąc *naprzykład* $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$ iednego Złotego, to ieſt przez *Punkt* IV, groſzy 10, toż ſamo ieſt, iak gdybym miał $\frac{2}{6}$ tegoż ſamego Złotego. Bo Frakcya $\frac{2}{6}$, przez naywiękſzą powſzechną miarę 2, do naymnieyſzych terminow zredukowana przez *Prop.* II, czyni $\frac{1}{3}$ iednego Złotego, to ieſt też ſame gr. 10, a zatym $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Toż ſamo czyń, kiedy ci więcey ułamkow iedney Frakcyi przyidzie na iednę Frakcyą zbiiać, *naprzykład* w naſtępuiących ułamkach liczby łamaney $\frac{3}{4}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{5}$, zmultyplikowawſzy wſzyſtkie między ſobą Numeratory 3 X 2 X 3 = 18, y wſzyſtkie Denominatory 4X3X5 = 60, maſz z tych wſzyſtkich iednę Frakcyą $\frac{18}{60}$ danym ułamkom Frakcyi, we wſzyſtkim rowną.

PROPOZYCYA VIII.

Liczby Łamane dodawać.

Jeżeli liczby łamane do znieſienia dane, maią iednakowego Mianownika, doday razem wſzyſtkie Liczniki, a napiſawſzy ie nad tymże ſamym Mianownikiem, Addycyą zakończyſz. Chcąc *naprzykład* dodać $\frac{1}{30}$ † $\frac{20}{30}$ † $\frac{5}{30}$ † $\frac{16}{30}$ iednego Złotego, znoſzę ſame Liczniki 1 † 20 † 5 † 16, y Summę z nich

zebra-

zebraną 42 kładę za nowego Licznika danemu Mianownikowi 30, y mam Frakcyą $\frac{42}{30} = 1 \dagger \frac{12}{30}$, to ieſt: $\frac{1}{30} \dagger \frac{20}{30} \dagger \frac{5}{30} \dagger \frac{16}{30} = \frac{42}{30} = 1 \dagger \frac{12}{30}$, to ieſt groſzy 1, a 20, a 5, a 16, czynią groſzy 42 = Zł. 1, y gr. 12.

Jeżeli zaś liczby łamane dane do znieſienia, rożnych Mianownikow maią, te zredukowawſzy, naprzod do iednego Mianownika, przez *Propozycyą* III, zbierz potym, ſpoſobem wzwyż wyrażonym.

Jeżeli nakoniec, liczby Całkowite z łamanemi przyidzie razem dodawać, tedy znieś oſobno liczby Całkowite, toż liczby łamane, tak dodaiąc Złotych $3 \dagger \frac{2}{3}$, y Złotych $9 \dagger \frac{1}{3} = 12 \dagger \frac{3}{3} = 13$.

PROPOZYCYA IX.

Liczby Łamane odciągać.

Kiedy Frakcye dane maią iednego Denominatora, odciągniy Licznika mnieyſzego, od większego, a pod reſztą położywſzy Denominatora onychże, Subtrakcyą zakończyſz. *Naprzykład* $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$. Tak od $\frac{20}{30}$ iednego Złotego, to ieſt, od groſzy 20, odciągnąwſzy $\frac{15}{30}$, to ieſt groſzy 15, zoſtaie mi ſię $\frac{5}{30}$, to ieſt groſzy 5, albowiem $\frac{20}{30} - \frac{15}{30} = \frac{5}{30}$.

Kiedy Frakcye dane do odciągnienia, odmiennych Denominatorow maią, redukuy ie wprzod do iednego Denominatora, toż ſpoſobem wzwyż wyrażonym mnieyſzą od większey odciągniy.

Kiedy nakoniec, dana będzie Frakcya do odciągnienia iey od liczby całkowitey, redukuy wprzod liczbę całkowitą na Frakcyą, ktoraby z daną Frakcyą iednego Denominatora miała, *przez Prop.* III, a potym czyń, iako ſię wyżey powiedziało. Chcąc *na-*

przykład odciągnąć $\frac{2}{3}$ od 4, zmultyplikowawſzy 4 przez 3 Denominatora daney Frakcyi, mam Frakcyą z tymże ſamym Denominatorem $\frac{12}{3}$, od ktorey odciągnąwſzy $\frac{2}{3}$ zoſtaie mi ſię $\frac{10}{3}$, to ieſt: $\frac{12}{3} - \frac{2}{3} = \frac{10}{3} = 3 \dagger \frac{1}{3}$, przez *Prop.* V. Podobnymże ſpoſobem chcąc odciągnąć $2 \dagger \frac{1}{4}$, od $5 \dagger \frac{1}{2}$, to ieſt: $\frac{9}{4}$ od $\frac{11}{2}$, redukuy te dwie Frakcye do iednego Denominatora, przez *Propozycyą* III, a będzieſz miał $\frac{9}{4}$ y $\frac{22}{4}$, a zatym $\frac{22}{4} - \frac{9}{4} = \frac{13}{4} = 3 \dagger \frac{1}{4}$ przez *Propozycyą* V.

Kiedy na koniec dana do odciągnienia frakcya, mnieyſza ieſt od Frakcyi przyległey liczbie całkowitey, od ktorey ſię ma odciągać, alboli też gdy frakcyą od liczby całkowitey odciągać przyidzie, w ten czas wprzod iedno z liczby całkowitey większey wzięte, redukuie ſię do frakcyi ſobie przyległey, tak: gdy $3 \dagger \frac{1}{3}$ odciągnąć przychodzi od $6 \dagger \frac{1}{4}$ uymuię wprzod z liczby większey iedno, y redukuię go do frakcyi przyległey y mam $5 \dagger \frac{5}{4}$ toż dopiero frakcye do iednego Mianownika zredukowawſzy $\frac{8}{12}$ y $\frac{15}{12}$ a pierwſzą od drugiey odciągnąwſzy zoſtaie ſię $\frac{7}{12}$. Potym liczbę całkowitą 3 odciągnąwſzy od 5 zoſtaną 2 a tak cała przewyżka (*Differentia*) ktorey ſzukaſz między danemi liczbami wynieſie $2 \dagger \frac{7}{12}$. Podobnież ażeby od 4 odciągnąć $\frac{2}{3}$, z 4 zrob $3 \dagger \frac{3}{3}$ od ktorych odciągnąwſzy $\frac{2}{3}$ maſz reſztę $3 \dagger \frac{1}{3}$.

Przeſtroga. *Pomnieć mocno proßę, że do zebrania, y odciągnienia liczb łamanych potrzeba zawße, aby te iednego Denominatora miały.*

PROPOZYCYA X.

Liczby Łamane multyplikować.

Jeżeli multyplikować przyidzie Frakcyą przez Frakcyą, zmultyplikowawſzy oſobno Licznikow, y oſobno Mianownikow między ſobą, Multyplikacyą zakończyſz. Tak multyplikuiąc $\frac{2}{3}$ przez $\frac{2}{5}$ rozmnożywſzy oſobno między ſobą, y Numeratory $2 \times 2 = 4$, y Denominatory $3 \times 5 = 15$, wynika ci produkt $\frac{4}{15}$, tak $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

Jeżeli zaś mnożyć potrzeba będzie liczbę całkowitą przez Frakcyą, lub Frakcyą przez liczbę całkowitą, w ten czas liczbie całkowitey podłoż za Denominatora 1, przez *Propozycyą* VI. Toż czyń ſpoſobem poprzedzaiącym, multyplikuiąc *naprzykład* $\frac{2}{3}$ przez 7, naprzod pod 7 liczbą całkowitą, podłoż za Denominatora 1, będzieſz miał zatym $\frac{2}{3} \times \frac{7}{1} = \frac{14}{3} = 4 \dagger \frac{2}{3}$.

Jeżeli nakoniec iedna z liczb łamanych do rozmnożenia danych, będzie miała przyłączoną liczbę całkowitą, tedy redukuy wprzod liczbę całkowitą do Denominatora, Frakcyi przyległey, przez *Prop.* VI. Tak gdy chcę multyplikować $2 \dagger \frac{1}{5}$ przez 6, redukuię naprzod 2 do Denominatora Frakcyi przyległey $\frac{1}{5}$, ſtanie ſię $\frac{11}{5}$; a pod 6 położywſzy za Denominatora 1, mam $\frac{11}{5} \times \frac{6}{1} = \frac{66}{5} = 13 \dagger \frac{1}{5}$. Toż czyń, kiedy obydwom Frakcyom do mnożenia danym przyległe będą liczby całkowite.

Pokażmy to w Przykładzie. Kupuię Sukna $15 \dagger \frac{3}{4}$ łokci piętnaście, y ćwierci trzy, łokieć po $7 \dagger \frac{2}{3}$ po Złotych ſiedm y groſzy 20, pytam, wiele powinienem zapłacić?

Redukuię naprzod liczby całkowite do przyległych im Frakcyi, to iest $15 \dagger \frac{3}{4} = \frac{63}{4}$, $7 \dagger \frac{2}{3} = \frac{23}{3}$. Toż zmultyplikowawszy między sobą te Frakcye $\frac{63}{4} X \frac{23}{3} = \frac{1449}{12} = 120 \dagger \frac{3}{4}$ to iest: za 15 łokci Sukna, y ćwierci 3, płacąc łokieć po 7 Zł. y po gro. 20, dam Zł. 120, y trzy ze czterech części iednego Złotego, to iest groszy blisko 23.

Demonstracya, czyli dowodne okazanie Reguł podanych na Multyplikacyą liczb łamanych.

Multyplikować Frakcyą A, przez Frakcyą B, nic innego nie iest, tylko wynaleść za Produkt Frakcyą C, ktoraby się tyle razy mieściła w Frakcyi mnożney B, ile razy Frakcya A, za Multyplikatora dana mieści się w iednym, *in unitate.* A że w tym razie, iako Frakcya C, dwa razy mieści się w Frakcyi B, tak Frakcya A, dwa razy mieści się w iednym, *in unitate*, zaczym Frakcya C, iest Produkt Frakcyi B, z multyplikowaney przez Frakcyą A.

A. B. C.

$\frac{1}{2} X \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$

Ztąd każdy, przyczyny doyść może dla czego z multyplikacyi liczb łamanych A, y B, Produkt C, wynikaiący, mnieyszy iest, od Frakcyi, ktore między sobą mnożę, bo że iedno 1 tak się ma do Frakcyi A, iak się ma Frakcya B, do Frakcyi C, przez *Prop.* V. *Rozdziału* I, o *Multyplikacyi*, a iedno 1 większe iest nad Frakcyą A, tedy y Frakcya B, większa bydź powinna nad Frakcyą C; a zatym, y Produkt przez Frakcyą C, wyrażony powinien bydź mnieyszy.

Prze-

Przestroga I. *Multyplikacya liczb łamanych pięknie także odprawuie się przez Dywizyą, to iest dzieląc na Krzyż Mianownika Frakcyi iedney przez Licznika Frakcyi drugiey, y wzaiemnie (byle tylko bez reszty dzielić się mogły.) Tak chcąc multyplikować następuiące dwie Frakcye* $\frac{2}{3}$ X $\frac{9}{10}$, *podziel* 9 *przez* 3, *a* 10, *przez* 2, *masz Produkt danych Frakcyi* $\frac{3}{5}$. *Wszakże te dwie Frakcye, podanym wzwyż sposobem zmultyplikowawszy, tenże sam Produkt wypadnie. Bo* $\frac{2}{3}$ X $\frac{9}{10} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$ przez Prop. II.

Przestroga II. *Jeżeli przez liczbę całkowitą z przyległą Frakcyą, będzie dana do mnożenia liczba całkowita taka, ktorą Mianownik przyległey Frakcyi spełna podzielić może, w ten czas biegli Rachmistrze naprzod liczbę całkowitą do przyległey Frakcyi redukuią, a przez Mianownika, podzieliwszy liczbę całkowitą daną do mnożenia, przez wypadaiący Wieloraz, multyplikuią całego Numeratora, y maią produkt liczb danych. Tak* 38 † $\frac{2}{3}$ *multyplikuiąc przez* 18, *redukuię naprzod* 38 *do przyległey Frakcyi* $\frac{2}{3}$, *y mam* $\frac{116}{3}$ *a przez Mianownika* 3 *podzieliwszy liczbę daną* 18, *mam Wieloraz* 6 *przez ktory zmultyplikowawszy Numeratora* 116, *mam produkt zupełny liczb danych* 696; 38 † $\frac{2}{3}$ X 18 = 696. *Doświadczysz tego, multyplikuiąc też same dane liczby ordynaryinym sposobem.*

Przestroga III. *Jeżeli zaś przez liczbę całkowitą przyidzie multyplikować Frakcyą* np. 32000 X $\frac{6}{7}$, *tedy podzieliwszy wprzod* 32000

 przez

przez 5, Wieloraz 6400 multyplikuy potym przez 6.

PROPOZYCYA XI.

Liczby Łamane dzielić.

Gdy terminy Frakcyi za Dzielnika daney, ſpełna dzielą terminy Frakcyi podzielney, w ten czas nowy Licznik, y Mianownik, ktore z tey Dywizyi wynikną, będą Wielorazem daney Frakcyi. Tak dzieląc Frakcyą $\frac{4}{9}$ przez $\frac{2}{3}$ podzieliwſzy 4 przez 2, a 9 przez 3 maſz Frakcyą nową $\frac{2}{3}$, ktora ieſt Wielorazem danych Frakcyi. Podobnie, gdy Mianownik u oboiey Frakcyi będzie iednakowy podziel Licznika, przez Licznika, a Mianownika zmazawſzy, maſz Wieloraz potrzebny. Tak dzieląc $\frac{6}{7}$ przez $\frac{2}{7}$, podzieliwſzy 6 przez 2, wypadnie ci Wieloraz 3.

Gdy zaś terminy Frakcyi za Dzielnika wziętey, nie dzielą ſpełna terminow Frakcyi podzielney, w ten czas Frakcyą, ktora ieſt Dzielnikiem obroć wſpak, to ieſt kładąc Numeratora na mieyſcu Denominatora, a Denominatora na mieyſcu Numeratora, potym, y Numeratory, y Denominatory tak położone z multyplikowawſzy oſobno między ſobą, Produkt ztąd wypadaiący będzie Wielorazem Frakcyi daney. Tak chcąc podzielić $\frac{2}{3}$ przez $\frac{1}{2}$, obracam wſpak Frakcyą za Dzielnika daną, y mam $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{1}$ ktore z multyplikowawſzy, mam Wieloraz $\frac{4}{3}$, to ieſt: $\frac{2}{3}$ podzielone przez $\frac{1}{2}$ ieſt $= \frac{4}{3} = 1 \dagger \frac{1}{3}$.

Przyczyna, dla ktorey w tym razie Frakcya za Dzielnika dana wſpak ſię obraca, ieſt ta, iż dane Frakcye potrzeba było wprzod do iednego Mianownika re-

ka redukować, a dopiero Licznika iednego przez drugiego podzielić. Co wszystko przez skrocenie dzieie się, kiedy Frakcyą za Dzielnika daną wspak obrociemy.

Ile razy przyidzie dzielić Frakcyą przez liczbę Całkowitą, dosyć będzie z multyplikować Denominatora daney Frakcyi, przez daną liczbę Całkowitą. Tym sposobem chcąc podzielić $\frac{1}{5}$ przez 2, z multyplikowawszy 5 X 2, mam Wieloraz $\frac{1}{10}$. Podobnież $\frac{1}{3}$ dzieląc przez 5 wypadnie $= \frac{1}{15}$. Dzieie się to przez skrocenie Operacyi. Gdyż w tym razie potrzeba było naprzod podłożyć 1 za Denominatora liczbie Całkowitey, toż Frakcyą owę wspak obrocić.

Kiedy Dzielnik, lub liczba podzielna, lub obydwie razem, składaią się z liczb łamanych, y całkowitych, w ten czas potrzeba wprzod, liczby całkowite do przyłączonych Frakcyi redukować, a dopiero czynić Dywizyą według nauk wzwyż podanych. Tak maiąc dzielić 24 † $\frac{1}{5}$ przez $\frac{2}{3}$, zredukowawszy liczby całkowite do przyległcy Frakcyi, mam $\frac{121}{5}$ X $\frac{3}{2} = \frac{363}{10} = 36$ † $\frac{3}{10}$ przez *Prop.* VI. Podobnie chcąc podzielić 15 † $\frac{1}{3}$ przez 12 † $\frac{1}{2}$ mam $\frac{46}{3}$ X $\frac{2}{25} = \frac{92}{75}$ 1 = † $\frac{17}{75}$.

Demonstracya. Podzielić Frakcyą A, przez Frakcyą B, iest wynaleść Wieloraz C, do ktorego 1 tę powinno mieć proporcyą, iaką ma proporcyą Dzielnik B, do liczby podzielney A, *podług Reguł Dywizyi w Propozycyi* VI. *Rozdziale* I. Lecz że w tym razie, 1 tak się ma do Frakcyi C, iak się ma Frakcya dzieląca B, do Frakcyi podzielney A, iedno albo-

 wiem

wiem tak ſię ma do Frakcyi C, iak ſię ma Denominator teyże Frakcyi 3, do ſwego Numeratora przez *Axyoma III.* A Frakcya B, do Frakcyi A, tak ſię ma, iak 3 do 4. Gdyż zredukowawſzy te dwie Frakcye A y B do iednego Denominatora, przez *Prop.* III, maſz Frakcye M, y N, Frakcyom A, y B, ze wſzyſtkim rowne, te zaś dla iednakowego Denominatora, tę maią do ſiebie proporcyą, iak 3 do 4, a zatym 1 tak ſię ma do Frakcyi C, iak ſię ma B, do A, przeto Frakcya C, ieſt Wieloraz Frakcyi A y B, do podzielenia danych.

B. A. C.
$\frac{1}{2}$ od $\frac{2}{3}$ = $\frac{4}{3}$
M. N.
$\frac{3}{6}$ $\frac{4}{6}$ | 1. $\frac{4}{3}$ :: 3. 4.

Z poprzedzaiącey Demonſtracyi doydzieſz łatwo przyczyny, dla ktorey przy Dywizyi liczb łamanych, Wieloraz wypada więkſzy, nad liczbę do podzielenia daną, co ſię w ten czas przytrafia, kiedy Frakcya dzieląca mnieyſza ieſt nad iedno całkowite. Bo ponieważ Dzielnik tak ſię ma do liczby podzielney, iak ſię ma iedno do Wieloraza; zamieniwſzy tę Proporcyą, Dzielnik tak ſię będzie miał do iednego, iak liczba podzielna do Wieloraza. A że Dzielnik ieſt mnieyſzy od iednego całkowitego, zaczym, y liczba podzielna, od Wieloraza mnieyſza bydź powinna.

Przeſtroga. *Gdy przez liczbę całkowitą, przyidzie dzielić daną liczbę całkowitą z przyłączoną Frakcyą* naprzykład 634 † $\frac{2}{3}$ *przez* 5, *biegli Rachmiſtrze dzielą naprzod liczbę całko-*

witą

witą przez liczbę całkowitą, bez względu na przyległą Frakcyą, to ieſt 634 przez 5, ażeby znalezli Wieloraz 126. Reſztę ieżeli iaka od tey Dywizyi pozoſtała, iakie tu ſą 4, redukuią do przyległey Frakcyi $\frac{2}{3}$, *y maią* $4 X \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$. *Tę Frakcyą dzielą przez 5 ſpoſobem w trzecim punkcie tey Propozycyi wyrażonym y maią Wieloraz* $\frac{14}{15}$, *ktory do Wieloraza liczb całkowitych przez znak Addycyi † przydawſzy, maią liczby do podzielenia daney, cały Wieloraz ten 126 †* $\frac{14}{15}$.

Ponieważ zaś w rożnych Matematyki częściach, a ogołem w handlach zachodzących między ludźmi, rożne gatunki miar bywaią zażywane; Takowych więc miar rożne części, tyleż rożnych liczby łamaney gatunkow rodzą. Dla ktorych ułatwienia, kładą ſię tu rozmaite miary z ſwemi częściami, na ktore powſzechnym wzięciem ſą podzielone.

I. Obwod koła u Matematykow dzieli ſię na 360 rownych części to ieſt graduſow. Każdy zaś w ſzczegulności gradus na 60 minut pierwſzych a z tych każda, ma 60 drugich; z ktorych znowu każda z oſobna 60 minut trzecich y tak daley. Zkąd 1 gradus ieſt $\frac{1}{360}$. 10 graduſow $\frac{10}{360}$. 20 graduſow $\frac{20}{360}$, części obwodu kołowego. Tudzież minuta 1, minut 15, ſą $\frac{1}{60}$ $\frac{15}{60}$, części iednego graduſu. Potym 1 minuta druga, 10 minut drugich, ſą $\frac{1}{60}$, $\frac{10}{60}$ części, minuty pierwſzey. Dla krotkości tak ſię wyrazaią 1°, 10°, 20°., $1'$, $15'$, $1''$, $10''$, a tak obwod koła zamyka w ſobie 360° $1296000''$ $7770000'''$: Każdy zaś gradus ma w ſobie $60'$. $3600''$ $216000'''$ &c.

II. Czas dzieli ſię na dni, dzień każdy na 24 części rownych, czyli godzin. Godzina na 60 minut pierwſzych, Minuta każda na 60 minut drugich &c. Więc naſtępuiący *np.* przeciąg czaſu: godzin 10. Minut pierwſzych 17 drugich 44: rowny ieſt $\frac{10}{24}$ Dnia † $\frac{17}{60}$ części godziny † $\frac{44}{60}$ części minuty pierwſzey. Co wſzyſtko więc tym u Matematykow zwyczaiem tak poſpolicie wyraża ſię 10 godzin 17′ 44″ Dzień więc każdy zamyka w ſobie godzin 24, 1440′ 86400″, 5184000‴ Godzina zaś ma w ſobie 60′, 3600″, 216000‴, a iedna minuta pierwſza 3600″.

III. Odległość na ziemi mierza ſię ſązniami (*Hexapedis*) Sążeń zamyka w ſobie 6 ſtop, ſtopa 12 calow; Cal 12 linii, Linia 12 punktow więc mieyſca odległość na ſązni 1 ſtop 2 calow 4 Linii 6 y punktow 3, wyrazić ſię może piſząc ſpoſobem naſtępuiącym: 4 ſąznie † $\frac{2}{6}$ ſąznia † $\frac{4}{12}$ ſtopy † $\frac{6}{12}$ cala † $\frac{3}{12}$ Linii. Sążeń ma w ſobie calow 72 Linii 864 punktow 10368. Stopa ma Linii 144 punktow 1728. Cal ma punktow 144.

IV. Do mierzenia zboż y innych ſypalnych rzeczy poſpolicie zażywamy Korca, ktory ieſt 28 częścią Łaſztu. Łaſzt tedy ma w ſobie Korcy 28 Korzec garcy Krolewſkich ſprawiedliwych 32.

V. Co do Monet, w Kraiu naſzym moneta ordynaryina ieſt Złoty, ten ma w ſobie groſzy ſrebrnych 4, a każdy groſz takowy ſkłada ſię z groſzy miedzianych 7 y $\frac{1}{2}$, groſz zaś miedziany ma w ſobie ſzelągow 3. Na ieden Czerwony Złoty idzie Zł. 16 y groſzy ſrebrnych 3.

VI.

VI. Rzeczy na Wagę idące naywięcey miarkuią ſię z funta. Funt dzieli ſię na uncyi 16, uncya każda na Łotow 2. Łot na drachm 4, drachma na ſkrupułow 3. Skrupuł na granow 24. Granu każdego waga wychodzi na wagę iednego ziarna pſzenicznego. Kamień Warſzawſki mieści w ſobie funtow 36, a Krolewiecki y Litewſki funtow naſzych 40. Cetnar ma funtow 100. Więc waga od funtow 15 Uncyi 4 Drachm 7 y gran 60 może ſię wyrazić w ſpoſob naſtępuiący. Funtow 5 † $\frac{4}{16}$ funta † $\frac{7}{8}$ Uncyi † $\frac{60}{72}$ Drachmy. Funt tedy ieden ma w ſobie łotow 32 Drachm 128 ſkrupułow 384. Granow 2916, Uncya ma w ſobie granow 576. Łot ma granow 288.

VII. Wzwyż ſpecyfikowane rożnych rzeczy miary y tychże miar części procz wiadomości ich ktora wielce ieſt potrzebna, na to ieſzcze zdadzą ſię: iż ilości każdey rzeczy terminami mniey znaiomemi wyrażoney, doyść będziemy mogli zupełnie, zredukowawſzy też terminy na części pewne, y nam wiadome *przez Propozycyą IV, tego Rozdziału.* Tak *np.* chcąc poznać, ile graduſow czynią $\frac{2}{8}$ części obwodu Kołowego, redukuię tę frakcyą do Denominatora 360 y znayduię $\frac{90}{360}$. Tak $\frac{2}{9}$ części dnia zredukowane do Denominatora 24, czynią godzin 5 † 20'. Tak $\frac{1}{7}$ części ſąznia zredukowawſzy do Denominatora 72 czyni Całow 10 † Linii 3, punktow 3, &ccc. Tak $\frac{4}{16}$, korca zredukowawſzy do Denominatora 32, czyni garcy 8. Tak $\frac{2}{8}$ części funta zredukowawſzy do Denominatora 32 czyni Łotow 8. Tak $\frac{3}{15}$ Złotego zredukowawſzy do Denominatora 30 czynią groſzy 6, &c. ROZ-

ROZDZIAŁ III.

O Liczbach Łamanych Dziesiątkowych. (De Fractionibus Decimalibus.)

Definicye, czyli Opisania gruntowne.

DEFINICYA I. Liczby łamane dziesiątkowe są te, ktorych Denominatory w Proporcyi dziesiątkowey zaczynaiącey się od iednego 1, postępuią, to iest: 1, 10, 100, 1000, 10000, &c. Tak imaginuiąc sobie iaką miarę, *naprzykład* stopę, łokieć, funt, albo linią prostą, na dziesięć części rownych podzieloną, gdy znowu każdą z tych pierwszych części na dziesięć innych części, a każdą z drugich, znowu na dziesięć innych nowych części podzieloną weźmiemy, y tak daley, ile się komu podoba, z podziału tego wynikaią Frakcye dziesiątkowe, setne, tysiączne, sto tysiączne, &c. ktore inaczey zowią się części pierwsze, części drugie, trzecie, czwarte. *Primæ, secundæ, tertiæ, quartæ, &c.* Dla rozeznania ich kładą się nad niemi znaki liczbą Kościelną I, II, III, IV, V, a nad liczbami Całkowitemi kładą się Cyfry o. Tak następuiąca Frakcya dziesiątkowa

o	I	II	III	IV
5	8	6	4	2

znaczy pięć rzeczy iakich Całkowitych, *np.* pięć stop, y ośm pierwszych, sześć drugich, cztery trzecich, dwie czwartych części, szostey stopy. Lubo

dosyć

dosyć iest nad ostatnią figurą znak położyć, a liczby całkowite punktem przy początku odstrychnąć, tak

IV

napr. 5, 8 6 4 2, ktora Frakcya toż samo znaczy, iak gdybym napisał:

$$5 + \frac{8}{10} + \frac{6}{100} + \frac{4}{1000} + \frac{2}{10000} = \frac{58642}{10000}$$

Szczegulnie tedy dla wygody, y dla skrocenia trudności zachodzącey w rachunkach, dziesiątkowe te Frakcye piszą się naksztalt liczb Całkowitych, bez Denominatora sposobem wzwyż opisanym to iest:

IV

5. 8642.

Przestroga I. *Kreski tedy owe, czyli znaki dziesiątkowe, ktore się liczbą Kościelną nad numerami kładą, zastępuią mieysce Denominatorow, tak w następuiącey Frakcyi*

I II III

5. 8 6 4

kreska I *znaczy Denominatora* 10, *kreski* II *znaczą Denominatora* 100, *kreski* III *znaczą Denominatora* 1000 &c. *właśnie iak gdyby Frakcye owe ordynaryinie tak napisane były:* $\frac{8}{10}$ $\frac{6}{100}$ $\frac{4}{1000}$.

Przestroga II. *A zatym dziesiątkowe Frakcye bardzo łatwo reduknią się do iednego Denominatora, dodawszy na końcu ich tyle Cyfer kreskami dziesiątkowemi naznaczonych, ile potrzeba będzie. Tak gdy Frakcyą dziesiątkową*

I

3, 5 *chcesz redukować do części drugich, to iest do setnych, lub do części trzecich, to iest do tysią-*

ſiącznych, lub do części czwartych, to ieſt do dzieſięć tyſiącznych, ſetne będzieſz miał, przydawſzy na końcu daney Frakcyi cyfrę z dwoma kreſkami tak: $3.\,5\,\overset{II}{0}$; *Tyſiączne będzieſz miał, przydawſzy na końcu daney Frakcyi dwie cyfry z trzema kreſkami nad oſtatnią, tak:* $3.\,5\,0\,\overset{III}{0}$, *dzieſięć tyſiączne będzieſz miał, przydawſzy na końcu daney Frakcyi trzy cyfry z czterema kreſkami nad oſtatnią, tak:* $3.\,5\,0\,0\,\overset{IV}{0}$. *Bo w takowym razie cena danych Frakcyi, bynaymniey ſię nie odmienia, gdyż* $\overset{I}{5} = 5\overset{II}{0}, \overset{I}{5} = 50\overset{III}{0}$, *y tak daley.*

Przeſtroga III. *Jeżeli liczbie Całkowitey ilekolwiek cyfer z znakami dzieſiątkowemi dodaſz, wewnętrzny iey walor bynamniey ſię nie odmieni, tak gdy do 3 dodaſz* $00\overset{III}{0} = 3.\,00\overset{III}{0}$ *walor trzech bynaymniey ſię nie odmienia, zawſze albowiem te 3 znaczą trzy rzeczy iakie całkowite* np. *Złote.* *Bo* $3.\,00\overset{III}{0} = \frac{3000}{1000} = 3.$

Przeſtroga IV. *Przed Frakcyami dzieſiątkowemi, w ktorych niemaſz liczby całkowitey, kładzie ſię na początku cyfra 0, tak Frakcya naſtępuiąca* $\frac{8}{10}$ *piſze ſię* $0,\overset{I}{8}$. *Frakcya* $\frac{24}{100}$ *piſze ſię* $0,2\overset{II}{4}$ *Frakcya* $\frac{725}{1000}$ *piſze ſię* $0.\,7\,2\,\overset{III}{5}$, *czym waloru ſwego bynaymniey nie odmieniaią.*

DEFI-

DEFINICYA II. W Frakcyach dzieſiątkowych, liczby zowią ſię tegoż ſamego gatunku, czyli tegoż ſamego ſtopnia, ktorych też ſame ſą Denominatory, czyli też ſame kreſki. Tak w naſtępuiących dwoch dzieſiątkowych Frakcyach, pierwſzey $0.\ \overset{I}{5}\ \overset{II}{6}\ \overset{III}{7}\ \overset{IV}{9}$, drugiey $0.\ \overset{I}{0}\ \overset{II}{4}\ \overset{III}{5}$ Frakcye 6 y 4, tudzież 7 y 5, zowią ſię iednego ſtopnia, gdyż nad obiema, iednakowe kreſki, czyli tenże ſam ieſt Denominator, tak właśnie, iak gdyby pierwſze Frakcye były $\frac{6}{100}$ y $\frac{4}{100}$, a drugie $\frac{7}{1000}$ y $\frac{5}{1000}$.

DEFINICYA III. Progreſſya dzieſiątkowa przerwana, *Progreſſio decimalis interrupta*, zowie ſię ta, w ktorey znayduią ſię *naprzykład* części tyſiączne, ale części ſetnych, lub dzieſiątkowych żadnych niemaſz, iako *naprzykład* $4.\ \overset{I}{2}\ \overset{IV}{5}$, gdzie części ſetnych, y tyſiącznych niemaſz. Mieyſca atoli, na ktorych te ſetne, y tyſiączne części znaydowaćby ſię powinny, ſpełniaią ſię cyframi tak: $4.\ \overset{I}{2}\ \overset{II}{0}\ \overset{III}{0}\ \overset{IV}{5}$, podobnież $3.\ \overset{II}{5}\ \overset{V}{7} = 3.\ 0500\overset{V}{7}$. Tudzież $\frac{5}{1000} = 0.\ 0\ 0\ \overset{III}{5}$ a $3 \dagger \frac{45}{1000} = 3.004\ \overset{IV}{5}$, zawſze albowiem tych Frakcyi, tenże ſam ieſt walor, iako to iuż w *Przeſt.* II y III powiedziało ſię.

PRO-

PROPOZYCYA I.

Frakcye dzieſiątkowe, dodawać, y odciągać.
Decimales addere, & ſubtrahere.

Frakcye dzieſiątkowe, ktore maſz zbierać, lub odciągać, tak *naprzod* ułożyć potrzeba, ażeby liczby z iednakowemi Denominatorami wzaiemnie ſobie korreſpondowały, przez *Defin.* II, a ieżeli progreſſya między niemi będzie przerwana, iako w naſtępuiącym *drugim Przykładzie*, tedy mieyſca w niey prożne cyframi ſpełniaią ſię, przez *Definicyą* III. *Powtore.* Tak ułożywſzy Frakcye, dodaią ſię, lub odciągaią ſpoſobem o Addycyi, y Subtrakcyi w *Rozdziale* I przepiſanym.

Przykłady Addycyi.

Przykład pierwſzy.

Frakcye dane	3. $\overset{\text{I}}{2}\,\overset{\text{II}}{4}\,\overset{\text{III}}{5}$	
	7. $\overset{\text{I}}{3}\,\overset{\text{II}}{9}$	
Summa	10. $\overset{\text{I}}{6}\,\overset{\text{II}}{3}\,\overset{\text{III}}{5}$	

Przykład drugi.

Frakcye dane	5. $\overset{\text{I}}{2}\,\overset{\text{III}}{7}$	= 5. $\overset{\text{I}}{2}\,\overset{\text{II}}{0}\,\overset{\text{III}}{7}$
	6. $\overset{\text{I}}{4}\,\overset{\text{II}}{5}$	= 6. $\overset{\text{I}}{4}\,\overset{\text{II}}{5}$
	Summa	11. $\overset{\text{I}}{6}\,\overset{\text{II}}{5}\,\overset{\text{III}}{7}$

Fundament całey tey Operacyi ieſt oczywiſty. Jeżeli albowiem Frakcye dzieſiątkowe w *pierwſzym*

Przy-

Przykładzie dane do iednego Denominatora zredukuiemy przez *Prop.* II, będziemy mieć przez *Prz.* I, Frakcyą pierwszą taką $\frac{3245}{1000}$, a Frakcyą drugą taką $\frac{7390}{1000}$, ktore dodawszy razem będzie $\frac{3245}{1000} + \frac{7390}{1000}$

III

$= \frac{10635}{1000} = 10.\ 6\ 3\ 5$ przez *Defin.* I.

Przykłady Subtrakcyi.

Przykład pierwszy.

		III
	Liczba większa	4. 5 7 2 2
		II
	Liczba mnieysza	1. 2 9
		III
Reszta		3. 2 8 2

Przykład drugi.

		I III		III
	Liczba większa	7. 4 2	=	7. 4 0 2
		II III		II III
	Liczba mnieysza	3 5	=	0. 0 3 5
				III
Reszta				7. 3 6 7

Fundament tey operacyi tenże sam iest, co Addycyi. Bo ieżeli w *Przykładzie pierwszym*, obydwie Frakcye do iednego Denominatora zredukuię przez *Przest.* II, będzie przez *Przest.* I, Frakcya większa $= \frac{4572}{1000}$, a Frakcya druga $= \frac{1290}{1000}$, a zatym Frakcyą mnieyszą odciągnąwszy od Frakcyi większey, będzie $\frac{4572}{1000} - \frac{1290}{1000} = \frac{3282}{1000} = 3.\ 2\ 8\ 2$, przez *Defin.* I.

 Prze-

Przeſtroga. *Chcąc od liczb całkowitych odciągnąć Frakcye dzieſiątkowe, przyday do liczb całkowitych tyle cyfer, ile ieſt kreſek nad oſtatnią figurą, Frakcyi daney do odciągnienia. Tak maiąc odciągać od 8 liczb całkowitych, trzy ſetne, to ieſt* $0.0\overset{II}{3}$, *doday do 8 dwie cyfry, a będzieß miał* $8.0\overset{II}{0} - 0.0\overset{II}{3} = 7.9\overset{II}{7}$.

PROPOZYCYA II.

Frakcye dzieſiątkowe multyplikować. Decimales multiplicare.

Frakcye dzieſiątkowe multyplikuią ſię iak liczby całkowite, o ktorych w *Prop.* V, *Rozdziale* I, nie maiąc żadnego względu na kreſki nad figurami Frakcyi do multyplikowania danych, położone. Lecz ażeby w produkcie można było odłączyć liczby całkowite od części dzieſiątkowych, z tey przyczyny zbieraią ſię kreſki nad liczbami danemi do mnożenia położone, ktorych Summa powinna ſię kłaść nad oſtatnią figurą produktu, a odciąwſzy w produkcie tyle figur od prawey ręki, ile ieſt kreſek nad oſtatnią, te ktore ſię z lewey ręki po tym odcięciu zoſtaią, będą znaczyły liczby całkowite.

Przy-

Przykład pierwszy.	*Przykład drugi.*
II 4. 0 5 I 3. 2 8 1 0 1 2 1 5 III Produkt 1 2. 9 6 0	III 0. 7 4 5 II 4 2 1 4 9 0 2 9 8 0 V Produkt 0. 3 1 2 9 0

Przykład trzeci.

```
                 IV
      0. 0 0 0 3 5 6
                 IV
         0. 0 0 4 8
             2 8 4 8
           1 4 2 4
                   X
Produkt 0. 0 0 0 0 0 1 7 0 8 8
```

Sposob ten na multyplikacyą Frakcyi dziesiątkowych podany przez się iest oczywisty, w pierwszym albowiem Przykładzie 4. 0 5 (II) $= \frac{405}{100}$, a 3. 2 (I) $= \frac{32}{10}$ przez *Defin.* I, a przez *Prop.* X *Rozdz.* II, $\frac{405}{100} \times \frac{32}{10} = \frac{12960}{1000} =$ 1 2. 9 6 0 (III) przez *Defin.* I, y *Przest.* I.

Z tegoż pierwszego Przykładu rzecz oczywista iest, że tylko trzy figury dziesiątkowe od końca produktu odcinaią się, dla tego, iż w obydwu Frakcyach do multyplikowania danych, trzy tylko kre-

ſki dzieſiątkowe były. W innych zaś dwoch Przykładach, iż Frakcye do mnożenia dane więcey maią kreſek, niżeli produkta ich maią, z tey przyczyny dodaie ſię na lewey ſtronie produktow, cyfer tyle, ile ich potrzeba do wyrownania liczbie kreſek, nad Frakcyami danemi do mnożenia położonych. Procz tego kładzie ſię na ſamym początku cyfra z punktem, na oznaczenie mieyſca liczb całkowitych.

Przeſtroga I. *Jeżeliby zaś w ktorey z liczb do multyplikowania danych, progreſſya dzieſiątkowa przerwana była, ſpełnić ią naprzod cyframi potrzeba przez* Definicyą III. *Tak chcąc multyplikować* $\overset{I}{4}\ \overset{III}{5} \times 3.\ \overset{II}{2}$ *dopełniam naprzod cyframi obydwie dane Frakcye,* $\overset{I}{4}\ \overset{III}{5}, = 4\ 0\ \overset{III}{5},$ *a* $3.\ \overset{II}{2} = 3.\ 0\ \overset{II}{2}.$ *Toż zmultyplikowawszy ie między ſobą, mam produkt* $1.\ 2\ 2\ 3\ 1\ \overset{V}{0}.$

Przeſtroga II. *Agdy iedna liczba będzie całkowita, druga zaś w Frakcyach dzieſiątkowych, tedy w produkcie tyle tylko od końca odcina ſię figur, ile ieſt kreſek nad oſtatnią figurą iedney owey Frakcyi. Tak* $3 \times 4.\ 2\ \overset{II}{5} = 1\ 2.\ 7\ \overset{II}{5}.$

PROPOZYCYA III.

Frakcye dzieſiątkowe dzielić, Decimales dividere.

Przez Frakcyą ktora ieſt Dzielnikiem, podziel Frakcyą do dzielenia daną, tak iak ſię mowiło o dzie-

dzieleniu liczb całkowitych w *Prop.* VI *Rozdziale* I, na rozeznanie zaś w Wielorazie liczb całkowitych od części dziesiątkowych, liczbę kresek będących w Dzielniku, odciągniy od liczby kresek będących w liczbie podzielney, reszta pokaże ile figur w Wielorazie od prawey ręki, na części dziesiątkowe odciąć potrzeba, ażeby ie rozeznać od liczb całkowitych. Jeżeli zaś w Wielorazie figur położonych mniey iest, tedy napoczątku dodaią się cyfry; iako tego masz wizerunek w Przykładzie trzecim.

Przykład pierwszy.

II   III
3 |0.13563| 4.521

Przykład drugi.

II   III   I
5.24 | 18.864 | 3.6

Przykład trzeci.

III   VIII   V
27.589 |0.35400000| 0.01283

Operacyi tey w dzieleniu Frakcyi dziesiątkowych fundament iest niezawodny. Bo wziąwszy na dowod *Przykład pierwszy*. Dzielnik 3 (II) przez *Defin.* I $= \frac{3}{100}$ a liczba do podzielenia dana 0.13563 (V) $= \frac{13563}{100000}$, a zatym podług Reguł na dywizyą Frakcyi w *Rozdziale* II podanych, dzieląc Numeratora 13563, przez Numeratora 3, y Denominatora 100000, przez Denominatora 100, tak iak gdyby były liczby całkowite, masz za Wieloraz $\frac{4521}{1000} =$

 4.

I I I
4. 5 2 1 przez *Defin.* I, ktory Wieloraz tenże ſam w *Przykładzie pierwſzym* wypadł.

Przeſtroga. *Gdyby w Dzielniku, lub w liczbie podzielney progreſſya przerwana była, tedy ſpełniwſzy wprzod wakuiące mieyſca cyframi, odpraw potym Dywizyą ſpoſobem wzwyż podanym.*

PROPOZYCYA IV.

Liczbę całkowitą lub liczbę łamaną na części dzieſiątkowe redukować.

Daymy *naprzod*, że maſz redukować na części *np.* dzieſiątkowe, liczbę całkowitą 6 multyplikuy 6X10, a pod produktem 60 napiſawſzy Denominatora 10, będzieſz miał Frakcyą z danym Denomi-

I
natorem $\frac{60}{10} = 6.0$ przez *Definicyą* I. Podobnież redukuiąc liczbę całkowitą 28 do części ſetnych,

I I
maſz 28 X 100 $= \frac{2800}{100} = 28.00.$

Daymy *powtore* Frakcyą $\frac{3}{5}$ ażeby ią redukować na części tyſiączne. Przez Licznika 3 multyplikuy 1000, a produkt 3000 podziel przez Mianownika 5, Wieloraz 600 będzie Numeratorem nowey Frakcyi z Denominatorem 1000, $\frac{600}{1000}$ ktora ieſt daney Frakcyi we wſzyſtkim rowna, $\frac{3}{5} =$

I I I
$\frac{600}{1000} = 0.600.$

Podobnież czyń, chcąc redukować Frakcyą $\frac{3}{7}$ na części ſtotyſiączne, to ieſt do Denominatora

100000,

100000, a będzieſz miał Frakcyą $\frac{3}{7} > 0.42857$, ale (*) < 0.42858, to ieſt, że Frakcya $\frac{3}{7}$ coś więcey czyni, nad tę Frakcyą ſtotyſięczną 0.52857, ale mniey od tey Frakcyi ſtotyſiączney 0.42858, od ktorey uchyla ſię przez brak Frakcyi $\frac{1}{100000}$. Ta bowiem Frakcya dzieſiątkowa wynaleziona ieſt przez naybliżſze przychylenie ſię do daney Frakcyi $\frac{3}{7}$, y w prawdziwych bez braku terminach żadną miarą wyrażona bydź nie może, iako uważa wielki Filozof Wolfiuſz.

Przeſtroga. *Zażycie tey Propozycyi wielce potrzebne ieſt, iuż to do podzielenia liczb, w ktorych po oſtatnim odciągnieniu zoſtaie ſię cokolwiek, iuż do wyciągania Scian. Bo w oboim tym razie za pomocą tey Propozycyi, możeſz mieć Frakcyą dzieſiątkową coraz bardziey a bardziey do rzetelnych terminow Wieloraza, lub Sciany przychylaiącą ſię. Fundament całey tey Operacyi niezawodny maſz z Reguły Proporcyi, bo wziąwſzy naprzykład z drugiego Przykładu Frakcyą* $\frac{3}{5} = \frac{600}{1000}$; 5 . 3 : : 1000 . 600.

PROPOZYCYA V.

Części dzieſiątkowe do iakiegokolwiek danego Denominatora redukować.

Chcąc wiedzieć ile funtow Kamienia Warſzawſkiego zamykaią w ſobie naſtępuiące Frakcye

G 4

(*) Znaki te $>$ y $<$ pierwſzy $>$ bierze ſię u Matematykow za znak większości, a drugi $<$ za znak mnieyſzości,

cye dzieſiątkowe $\overset{III}{7\,5\,0}$? Ponieważ kamień ieden Warſzawſki dzieli ſię na funtow 32, idzie zatym, że dane Frakcye dzieſiątkowe potrzeba redukować do Denominatora 32, a że przez *Definicyą* I, części dzieſiątkowe $\overset{III}{7\,5\,0}$ rowne ſą naſtępuiącey Frakcyi $\frac{750}{1000}$ z tey przyczyny multyplikuię Numeratora 750 przez danego świeżo Denominatora 32, to ieſt 750X32, a produkt '23000 podzieliwſzy przez 1000 Denominatora dzieſiątkowego, mam $\frac{23}{32}$, a zatym $\overset{III}{7\,5\,0} = \frac{23}{32}$. Części tedy dzieſiątkowe do zredukowania wzwyż dane, czynią dwadzieścia trzy, ze trzydzieſtu dwoch części kamienia Warſzawſkiego, to ieſt: czynią funtow 23. W tey operacyi czyniemy ordynaryinie podług ſpoſobu podanego w *Prop.* IV *Rozdz.* II, o redukowaniu Frakcyi do iakiegokolwiek danego Mianownika.

PROPOZYCYA VI.

Z Frakcyi dzieſiątkowych Scianę Czworgranną, y Sześciogranną wyciągnąć.

Spoſob wyciągnienia Scian Czworgrannych, lub Sześciogrannych, z liczb tak całkowitych, iako też, y z liczb łamanych ordynaryinych podaie ſię doſtatecznie w *Rozdziale* IV. Na wyciągnienie zaś Scian z Frakcyi dzieſiątkowych Matematycy partykularne podaią Reguły.

Regu-

Reguły na wyciąganie Scian Czworgrannych z Frakcyi dzieſiątkowych.

I. Jeżeli Frakcya dzieſiątkowa dana do wyciągnienia z niey Sciany Kwadratowey, nad oſtatnią ſwoią figurą ma kreſek do pary, iako w naſtępuiącym *Przykładzie pierwſzym*, tedy wyciąga ſię z niey Sciana Kwadratowa tak, iak z liczb całkowitych, przez *Prop.* I *Rozdz.* IV, a nad oſtatnią wyciągnioney Sciany figurą kładzie ſię połowa kreſek, będących nad oſtatnią figurą Frakcyi daney, do wyciągnienia z niey Sciany Kwadratowey.

II. Jeżeli zaś kreſki, nad oſtatnią figurą daney Frakcyi ſą nieparzyſte, iako w *Przykładzie drugim*, tedy za przydaniem iedney cyfry, zamieniſz ie w parzyſte, iako tu widziſz w tymże ſamym *Przykładzie*, a dopiero wyciągnąwſzy z liczby owey Scianę Kwadratową ordynaryinym ſpoſobem, nad oſtatnią iey figurą napiſzeſz połowę kreſek owych parzyſtych, y operacyą zakończyſz.

Przykład pierwſzy		*Przykład drugi.*	
II	I	III	
23.04	4.8	22.500	
		IV	II
		22.5000	4.74

Reguły na wyciągnienie Scian Sześciogrannych z Frakcyi dzieſiątkowych.

I. Jeżeli kreſki nad oſtatnią figurą daney Frakcyi dzieſiątkowey położone na trzy części ſpełna podzielić ſię mogą, iako w *Przykładzie pierwſzym* naſtę-

następuiącym, tedy wyciągnąwszy z Frakcyi owey sposobem w *Prop.* III *Rozdz.* IV podanym, Scianę Sześciogranną, nad ostatnią iey figurą napisz trzecią część kresek leżących nad Frakcyą daną do wyciągnienia z niey Sciany Sześciogranney.

II. Jeżeli zaś kresek owych nad ostatnią figurą daney Frakcyi położonych na trzy części spełna rozciąć nie można, iako w *Pr. drugim*, tedy doday do owey Frakcyi tyle cyfer, ażeby kreski nad ostatnią z nich położone, mogły bydź rozcięte na trzy części spełna, toż z Frakcyi tym sposobem spełnioney, wyciągnąwszy Scianę Sześciogranną, y nad ostatnią iey figurą napisawszy trzecią część kresek owych, operacyą zakończysz.

Przykład pierwszy		*Przykład drugi.*	
III	I	IV	
1.728	1.2	26.2144	
		VI	II
		26.214400	2.97

Demonstracya tey Operacyi taż sama iest, co, y wyższych. Bo zrobiwszy Sześciogran z iednego 1, z kilku cyframi potroynemi, Scianą iego Sześciogranną będzie, toż samo iedno 1, z tylu cyframi, ile cyfer potroynych przydałeś: tak r^3 1000 = 10, r^3 1000000 = 100. r^3, 1000000000 = 1000. Z tey przyczyny nad ostatnią figurą wyciągnioney Sciany Sześciogranney, kładzie się trzecia część kresek, ktore były nad ostatnią figurą Frakcyi daney; kreski albowiem owe są zamiast Denominatorow, iako się wyżey powiedziało.

Prze-

Przeſtroga I. *Szymon Stewinus Frakcyi Dzieſiątkowych wynalazca, pierwſzy podał ſpoſob do zażywania tychże Frakcyi zamiaſt liczb łamanych ordynaryinych, y ten przemyſł iego z wielką w Rachunkach Matematycznych wygodą ieſt wzięty, zwłaſzcza że z Frakcyami tego rodzaiu z daleko większą ſnadnością, y tak właśnie iak z liczbami całkowitemi poſtępować ſobie można. Naſtępuiący zaś po nim Matematycy Tacquet, Preſtet, Reyneau, y Wolfiuſz, przemyſł ten wielce potrzebny obiaśnili, utwierdziwſzy go właſnemi Demonſtracyami, ktorych w Stewinie niedoſtawało.*

Przeſtroga II. *Nauka o Frakcyach dzieſiątkowych przy początkach Algebry, ktora ieſt kluczem do całey Matematyki naywybornieyſzym, dawana bydź zwykła. Z tym wſzyſtkim dogadzaiąc wygodzie tych, ktorzy Xiążki o Algebrze nie tak łatwo do ręki mieć mogą, ſzczegulnieyſze o Frakcyach dzieſiątkowych Reguły krotko tu zebrałem, za ktorych pomocą z większą łatwością, dalſzey Matematyki Reguły, poymą.*

ROZ

ROZDZIAŁ IV.

O wyciągnieniu Scian z liczb danych, co się u Łacinnikow zowie Extractio Radicum.

Kiedy się liczba iaka przez siebie samę multyplikuie, *naprzykład* 2 X 2, Produkt 4, zowie się Kwadrat, czyli Czworgran, a liczba 2, z ktorey multyplikacyi kwadrat ten wynika, zowie się Sciana kwadratowa, *Radix Quadrati*, y znak iey iest ten, *r* albo r^2. Jeżeli zaś kwadrat ow przez też samę Scianę swoię znowu multyplikuie się, *naprzykład* 4 X 2, produkt 8 ztąd wynikaiący, zowie się *Cubus*, Sześciogran, czyli kostka, wzdłuż, w szerz, y wgłąb rowno-boczna, a liczba przez ktorą kwadrat iey własny zmultyplikowawszy, mam sześciogran, zowie się Sciana Sześciogranna, *Radix Cubica*; y znak iey iest ten r^3.

A ieżeli tenże sześciogran 8 przez też samę ścianę swoię, to iest przez 2 zmultyplikowany będzie, 8X2, wypadnie inny produkt 16, a ten znowu zmultyplikowawszy przez 2, 16 X 2, masz dalszy produkt 32, a y te 32 zmultyplikowawszy znowu przez pierwszą ścianę 2, 32 X 2 nastąpi inny nowy produkt 64.

Te wszystkie produkta, zacząwszy od wziętey na początku ściany, to iest: 2, 4, 8, 16, 32, 64 &c. pospolicie u Wieku teraznieyszego Matematykow nazywaią się liczb godności, czyli stopnie *Dignitates seu potestates* to iest 2, czyli ściana, zowie się stopień

pier-

pierwszy, *Dignitas, vel poteſtas prima*, 4 stopień drugi, *Dignitas vel poteſtas ſecunda*, 8 stopień trzeci, *Dignitas vel poteſtas tertia*, 16 stopień czwarty *poteſtas quarta*, 32 stopień piąty, *poteſtas quinta*, 64 stopień szosty, *poteſtas ſexta* &c. Dawnieysi zaś Matematycy, biorąc proporcyą od figur Geometrycznych, stopień pierwszy nazywali *Latus*, to iest Scianą, stopień drugi *Quadratum*, stopień trzeci *Cubus*, stopień czwarty *Quadrato quadratum*, stopień piąty *Quadrato Cubus* szosty *Cubo Cubus*.

Wiedzieć nad to potrzeba, że co się dotąd mowiło o liczbie 2, toż samo rozumieć się ma o każdey inney. Każda bowiem liczba obrana bydź może za ścianę *pro Radice* produktow wszystkich, ktore przez ciągnioną multyplikacyą z niey wypadaią, iako to 3, 4, 5, 6, y tak daley, z ktorych podobnymże sposobem, iak ze dwoch, godności, albo stopnie liczb, *Poteſtates*, porobione bydź mogą.

Sciany zaś owe obrane, względem samych siebie, są y pierwszym sobie stopniem, iakośmy wyżey namienili, y ścianami pierwszego stopnia, *primæ Dignitatis, vel poteſtatis* mogą się nazywać. Wzięte względem kwadratu, zowią się ściany drugiego stopnia, *Radices ſecundæ, ſeu ſecundæ poteſtatis, aut Dignitatis* y znak ich iest r, albo r^2. Wzięte względem kostki, zowią się ściany trzeciego stopnia, *Radices tertiæ Dignitatis, ſeu poteſtatis tertiæ*, a znak ich iest r^3. Podobnym sposobem, wzięte względem co raz wyższych stopniow, nazywaią się ściany czwartego, piątego, szostego stopnia. *Radices, quartæ, quintæ, ſextæ poteſtatis*, ktorych znaki są te r^4, r^5, r^6 &c.

Wyciągnąć tedy z liczby daney ścianę, nic innego nie iest tylko wynaleść liczbę taką, ktora przez siebie samę rozmnożona, liczbę zadaną czyni, albo czworgranową, ieżeli się raz przez siebie samę multyplikuię, albo sześciogranną, ieżeli się przez siebie samę multyplikuie dwa razy, albo dalszego iakowego stopnia, kilka razy przez siebie zmultyplikowana.

Jeżeli liczba zadana, do wyciągnienia zniey ściany kwadratowey, niewynosi więcey nad 100, a sześciogranney, niewynosi więcey nad 1000, ścianę iey czworgranną, lub sześciogranną w następuiącey Tabliczce łatwo znaleść można, gdyby zaś liczba zadana, nie była prawdziwy kwadrat, ni sześciogran, tedy brać się powinna ściana liczby naybliżey przychylaiącey się do liczby zadaney. Tak *naprzykład* chcąc doyść z następuiącey Tabliczki, iaka iest ściana kwadratowa dwudziestu pięciu, szukam w drugiey kolumnie kwadratow, ieżeli tamże zadana liczba 25, specyfikuie się, y znayduię ią punktualnie w piątym rzędzie, y 5 w tymże samym rzędzie w pierwszey kolumnie położone; ktore to 5 są ścianą kwadratową 25, bo 5 X 5, czynią 25. Chcę wiedzieć *powtore* iaka iest ściana sześciogranna siedmiudziesiąt? Szukam w trzeciey kolumnie sześciogranow, ieżeli tamże liczba 70 mieści się, ktorey że nieznayduię, biorę przeto liczbę naybliżey przychylaiącą się do niey, to iest 64; y mam ścianę iey sześciogranną 4. Bo 4 X 4 = 16, znowu 16 X 4 = 64, Liczba zaś 70 rzetelney Sciany swoiey nie ma, *Radicem rationalem*, albo raczey nie ma Sciany takowey, ktoraby się liczbą

wyra-

wyrazić mogła. Zaczym ścianą liczby, naybliżey do 70 przychylaiącey się, potrzeba się kontentować.

Tablica Czworgranow, y Sześciogranow, aż do 10.

Sciany	Czworgranie	Sześciogranie
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

PROPOZYCYA I.

Z *Liczby danej Scianę Kwadratową wyciągnąć.*

N*aprzod* Liczbę daną zaczynaiąc od prawey ręki, podziel punktami, tak żeby pierwszy punkt leżał pod ostatnią figurą, drugi pod trzecią, trzeci pod piątą, y tak daley zawsze iednę figurę przeskakuiąc, następuiącą znacz punktem, tym sposobem liczbę daną podzielisz na części, z ktorych każda będzie miała w sobie, dwie figury, procz pierwszey części od lewey w ktorey często, iedna tylko figura

mie-

mieścić się będzie. Ile zaś będzie części w liczbie tym sposobem podzieloney; tyle powinno bydź numerow w ścianie wynaleziony.

Powtore Wziąwszy pierwszą częśc od lewey strony liczby daney, szukay iey na Tabliczce czworgraniow, ktorą ieżeli tamże znaydziesz, bierz przypadaiącą iey ścianę, a ieżeli nie; tedy weś ścianę kwadratu naybliżey do tey liczby przychylaiącego się, y napisz ią na mieyscu osobnym za pierwszą część ściany generalney.

Potrzecie. Scianę tę znalezioną multyplikuy przez siebie samę, a czworgran z tey multyplikacyi wypadaiący, odciągniy od pierwszey części daney. Do reszty ieżeli się iaka została, złoż drugą następuiącą część, dwie figur zawieraiącą z liczby daney; potym ścianę wynalezioną podwoiwszy, napisz ią za Dzielnika, tey drugiey części.

Poczwarte. Uważ ile razy Dzielnik z ściany podwoioney zrobiony brać się może w tey drugiey części, nie tykaiąc atoli ostatniey iey figury punktem naznaczoney, a Wieloraz wypadaiący napisz za raz, y za drugą część Sciany generalney, y nakońcu Dzielnika.

Popiąte, Przez tę drugą dopiero wynalezioną część Sciany, multyplikuy całego Dzielnika, niepomiiaiąc nawet ostatniey dopiero tamże przydaney liczby, a produkt odciągniy od całey drugiey części, wziętey wraz z ostatnią figurą punktem naznaczoną. Do reszty pozostałey złoż następuiącą trzecia część liczby daney, także we dwoch figurach zawartą, ktorą znowu, nietykaiąc ostatniey figury

pun-

punktem naznaczoney, przez całą Scianę podwoioną dywiduy, a Wieloraz tak za trzecią część Sciany, iako, y nakońcu nowego Dzielnika napisz, toż przez tę trzecią część Sciany, Dzielnika całego wraz z przydaną liczbą zmultyplikowawszy, produkt odciągniy od całey trzeciey części liczby daney sposobem wyżey wyrażonym. A złożywszy następuiącą czwartą część liczby daney do pozostałey reszty, czyń we wszystkim tak, iako się o drugiey y trzeciey części powiedziało, aż doydziesz do ostatniey części, z ktorey ieżeli się po ostatnim odciągnieniu nic niezostaie, znak iest, że liczba dana prawdziwy iest Czworgran, ieżeli się zaś zostaie, znać że liczba dana Kwadratowa nie iest, ani może mieć rzetelney Sciany swoiey, *Radicem rationalem*, to iest znać że nie może mieć takiey Sciany, ktoraby się liczbą wyrażić mogła. Wynaleziona zaś liczba, iest Scianą Kwadratu, naybliżey do daney liczby przychylaiącego się.

Jeżeli Sciana podwoiona, w części odcięty od liczby daney, y do reszty przyłożoney brać się nie może, tedy, rownie iak w Dywizyi, do Sciany dodaie się cyfra, a znowu następuiąca część z liczby daney składa się, kiedy to bydź może &c. Także Sciana przez Dywizyą wynaleziona pomnieysza się iednym, *hoc est, unitate*, gdy produkt zmultyplikacyi Sciany przez Dzielnika, y przydaną liczbę, wypadaiący, będzie większy nad liczbę od ktorey ma bydź odciągniony, co proszę dobrze pomnieć. Lecz ukażmy iuż w przykładzie podanych Reguł praktykę. Niechay tedy będzie dana liczba

H 186624.

186624, z ktorey Scianę Kwadratową, następuiącym sposobem wyciągam.

	Liczba dana	Sciana
	186624	432
	. . .	
Dzielnik	16	
drugiey części.		
83	-266	
	.	
Dzielnik	249	
trzeciey części.		
862	-1724	
	.	
	1724	

Powiedziało się iuż wyżey, że z liczby daney Scianę Kwadratową wyciągnąć, nic innego nie iest, tylko wynaleść taką liczbę, z ktorey przez siebie samę zmultyplikowaney, Produkt wyniść powinien rowny liczbie daney, żeby tedy w liczbie zadaney Scianę takową znaleść, *Naprzod* daną liczbę 186624, wzwyż wyrażonym dzieląc sposobem, kładę pierwszy punkt pod 4, od prawey ręki, drugi pod 6, trzeci pod 8, a że tym sposobem liczbę daną na trzy podzieliłem części, dorozumiewam się, że y w Scianie z niey wyciągnioney, trzy figury zamykać się powinny. *Powtore* Biorę 18 pierwszą część liczby daney, ktorey, że w Tablicy Czworgraniow nieznayduię, biorę 16 naybliżey przychylaiące się do 18, a przy nich położoną Scianę 4, piszę za

pier-

pierwſzą część Sciany generalney. *Potrzecie.* Z tych 4 pierwſzey części Sciany generalney robię Kwadrat, to ieſt $4 X 4 = 16$, a Produkt odciągam od 18, pierwſzey części liczby daney. *Poczwarte.* Do 2, ktore ſię po tym odciągnieniu zoſtaią, ſkładam naſtępuiącą drugą część liczby daney, to ieſt 6$\overset{6}{\cdot}$, y mam 26$\overset{6}{\cdot}$, tож podwoiwſzy wynaleźioną Scianę 4, to ieſt $2 X 4 = 8$, kładę ią za Dzielnika tey drugiey części, y uważam ile razy 8 mieści ſię w 26, (nie tykam oſtatnich $\overset{6}{\cdot}$, punktem naznaczonych) a Wieloraz 3, kładę y za drugą część Sciany, y przydaię go oraz na końcu Dzielnika 8. *Popiąte.* Przez tę część Sciany dopiero wynaleźioną, to ieſt przez 3, multyplikuię całego z przydatkiem Dzielnika 83, a Produkt z tey multyplikacyi wynikaiący 249, odciągam od całey drugiey części liczby daney, to ieſt od 26$\overset{6}{\cdot}$. *Poſzoſte.* Do 17 od tego odciągnienia pozoſtałych, ſkładam naſtępuiącą oſtatnią część liczby daney 2$\overset{4}{\cdot}$, y mam 172$\overset{4}{\cdot}$, a podwoiwſzy całą wynaleźioną Scianę $43 X 2$, produkt 86, piſzę za Dzielnika tey trzeciey części y uważam ile razy 86, brać mogę w 172, (bo y tu $\overset{4}{\cdot}$ punktem naznaczonych nic nie tykam) a Wieloraz 2, piſzę oraz y za trzecią część Sciany, y za oſtatnią figurę Dzielnika. Toż przez te 2 oſtatnią część Wieloraza, zmultyplikowawſzy całego Dzielnika 862, produkt ztąd wypadaiący 1724, odciągam od oſtatniey części liczby daney, po ktorym odciągnieniu że ſię nic niezoſtanie, znak ieſt, że liczba dana prawdziwie ieſt Kwadratowa, y Scianą iey rzetelną ſą: 432, ktorą to Scianę na dowod tego przez ſiebie ſamę zmultyplikowawſzy

wawſzy

wawſzy, to ieſt: 432 X 432, za produkt koniecznie wypaść ci powinna liczba, daney liczbie 186624, ze wſzyſtkim rowna; Inaczey znakby był omyłki w wyciąganiu Sciany popełnioney.

Przykład drugi. Woyſka Dywizyą z 10404 ludzi ſkładaiącą ſię, w niebeſpieczeńſtwie chcąc w Kwadrat uſzykować, pytam ile na każdy bok ma ich ſtanąć, y wiele będzie wſzyſtkich ſzeregow?

```
       Liczba dana | Sciana
          10404    |  102
          .  .  .  |
           1
         ______
202    | -0404
       |   .  .
       |   404
        ________
           ---
```

W tym Przykładzie, że 2 Dzielnika z pierwſzey Sciany podwoioney, nie mogę brać w drugiey części liczby daney gdym ią złożył, ktora tu ieſt Cyfra, z tey przyczyny za drugą część Sciany piſzę 0, a do tey drugiey części złożywſzy trzecią część liczby daney, mam 404, ktore przez Scianę podwoioną 20, podanym ſpoſobem podzieliwſzy, mam całą Scianę liczby daney 102, ktora Sciana wyraża ile w każdym Szeregu Ludzi ſtanąć powinno, a oraz pokazuie mi, że tyleż wſzyſtkich ſzeregow będzie.

Przy-

Przykład trzeci. Wyciągrm Scianę Kwadratową z daney naſtępuiącey liczby.

```
              Liczba dana | Sciana
               6012304    | 2452
               . .  .  .  |

               4
          44 | 201
             |   .
             | 176
         485 | -2523
             |     .
             |  2425
        4902 | --9804
             |     .
             |  9804
               ----
```

W tym Przykładzie, przy Dywizyi drugiey części, 4 w 20, mogę brać pięć razy; lecz że Produkt zmultyplikacyi całego Dzielnika, przez Scianę 5 wypadaiący, większy ieſt nad drugą część liczby daney 201, od ktorey mam odciągać, z tey przyczyny Wielorаz zmnieyſzam iednym *unitate*, y za drugą figurę Sciany kładę tylko 4, iako ſię w oſtatnim Punkcie przed Przykładem pierwſzym powiedziało.

Przykład czwarty.

Liczba dana	*Sciana*
12502	$111 + \frac{181}{223}$.

```
        1
   21 | -25
      |  21
  221 | -402
      |  221
        181.
```

Przeſtroga I. *Jeżeli liczba dana nie ieſt Kwadratowa, tedy reſzta od oſtatniego odciągnienia, iaka ieſt w poprzedzaiącym czwartym Przykładzie* 181, *idzie na liczbę łamaną, w ktorey reſzta pozoſtała, kładzie ſię za Licznika, a za Mianownika Sciana wynaleźiona wzięta dwa razy. Ale kiedy reſzta pozoſtała będzie większa nad Scianę wynaleźioną, w ten czas Scianie podwoioney maiącey bydź Mianownikiem, dodaie ſię ieſzcze iedno,* unitas. *Tak w poprzedzaiącym Przykładzie, że reſzta* 181, *większa ieſt nad Scianę znaleźioną* 111, *zaczym podwoiwſzy też Scianę* 111X2, *do produktu* 222 *dodaie ſię ieſzcze* 1, *a zatym Frakcya Scianie wynalezioney przyległa powina bydź ta* $\frac{181}{223}$; *a to dla tego, że Kwadrat większy, mnieyſzego, po ktorym zaraz naſtępuie, przewyżſza Scianę podwoioną tegoż mnieyſzego*

Kwa-

Kwadratu, przydawszy 1. *Tak* naprzykład 16 *od* 9, *to ieſt Kwadrat większy od mnieyſzego nayblizſzego rożni ſię, tą przewyſzką* 3 † 3 † 1 = 7, *czyli iako ſię rzekło Scianą Kwadratu mnieyſzego podwoioną z dodatkiem iednego, albo* unitatis.

Przeſtroga II. *Zadna liczba nie będzie Kwadratowa, w ktorey oſtatnia figura po prawey ſtronie będzie* 2, *lub* 3, *lub* 7, *lub* 8, *albo Cyfra iedna. ale potrzeba koniecznie ażeby była iedna z naſtępuiących* 1, 4, 5, 6, 9, 00, *z ktorych ſkładaią ſię liczby proſte Kwadratowe.*

Przeſtroga III. *Wyciąganie Sciany Kwadratowey nic innego nie ieſt, tylko rodzay iakiś Dywizyi, ztą tylko rożnicą, że w Dywizyi poſpolitey Dzielnikiem ieſt liczba dana, tu zaś dzielnika ſzukać potrzeba, a ieſzcze na każdą część liczby daney innego, ktorego z Sciany wynaleźioney dochodziemy multyplikuiąc Scianę przez ſiebie ſamę, iako np, w oſtatnim Przykładzie* 111X111, *a do Produktu* 12321 *przydawſzy, tak iak w Dywizyi, reſztę od oſtatniego odciągnienia z liczby daney pozoſtałą* 181, *Produkt generalny wypada mi* 12502, *rowny zupełnie liczbie daney. Y ten ieſt ſzczegulny ſpoſob na doświadczenie dobrze wyciągnioney Sciany, multyplikuiąc Scianę przez ſiebie ſamę, y reſztę, ieżeli ſię iaka zoſtała, do Produktu przyłączaiąc.*

PROPOZYCYA II.

Scianę Czworogranną wyciągnąć z Liczby nie Kwadratowey przez naybliższe przychylenie się do rzetelney iey Sciany, per Approximationem.

Po wyciągnieniu Sciany Kwadratowey, ieżeli się co zostaie znak iest że liczba dana nie iest prawdziwie Czworgranna, y Sciany rzetelney, ktoraby się liczbą całkowitą mogła wyrazić, nie ma. A lubo prawdziwey, y rzetelney w takiey liczbie doyść Sciany, rzecz wcale iest niepodobna, można iednak przez zażycie Frakcyi dziesiątkowych, (o ktorych się mowiło w Rozdziale poprzedzaiącym) do Sciany owey coraz bliżey a bliżey przychylić się, tak, że przewyszka, lub brak od rzetelney Sciany, bardzo nieznaczny będzie. Co następuiącym dzieie się sposobem.

Naprzod. Do liczby, ktora się po wyciągnieniu Sciany generalney od ostatniego odciągnienia zostaie, doday tyle par Cyfer, ile ci się podobać będzie, co iest 00, lub 0000, lub 000000, lub więcey, a liczby pozostałey nietykaiąc, dodane Cyfry podziel punktami na części, tak, iak się rzekło *w poprzedzaiącey Propozycyi*, toż podwoy wynalezioną iuż całą Scianę, y produkt położ za Dzielnika liczby składaiącey się z liczb pozostałych, z pierwszą częścią cyfer dodanych. *Powtore.* Uważay ile razy Dzielnik ow, w tey pierwszey części mieści się, nietykaiąc y tu, ostatniey figury kropką naznaczoney, a Wielorąz napisz y za następuiącą część Sciany, y za ostatnią

tnią figurę Dzielnika. Toż zmultyplikowawszy całego Dzielnika, przez tę ostatnią część Sciany, dopiero wynalezioną, produkt odciągniy od tey części reszty pozostałey z Cyframi, ktorąś dzielił. *Potrzecie*. Do reszty po tym odciągnieniu pozostałey, złoż następuiącą część liczby, z reszty, y z dodanych Cyfer złożoney; toż podwoiwszy całą Scianę, masz z niey Dzielnika nowego, przez ktorego złożoną część podzieliwszy, czyń daley tak, iako się w *poprzedzaiącey Propozycyi* powiedziało.

Doszedłszy do końca Operacyi, to co się po ostatnim odciągnieniu zostaie, zaniechać potrzeba; a od końca całey Sciany odciąwszy tyle figur, ileś par Cyfer na początku był przydał, liczby po tym odcięciu z lewey strony będące, są Scianą rzetelną liczby daney, ktora się w liczbach Całkowitych wyrazić może, a liczby z prawey strony po odcięciu pozostałe, są przydatkiem do teyże Sciany, ktory tylko liczbą łamaną wyrazić można, ktorey to liczby łamaney Numeratorem będą liczby, od końca z prawey strony odcięte, a Denominatorem iedno 1, z przydanemi do siebie tylu Cyframi, ile par Cyfer, na początku do reszty dodanych było. Lecz ukażmy to w przykładzie ostatnim z Propozycyi poprzedzaiącey, w ktorym dana była liczba 12502, do wyciągnienia z niey Sciany Kwadratowey.

```
            Liczba dana | Sciana
              12502     | 111|812
              1         |  1000
21          | -25
            | 21
221         | -402
            | 221
2228        | 18100,00,00
            | 17824
22361       | --27600
            | 22361
223622      | 523900
            | 447244
              -76656
```

Z tey liczby po wyciągnieniu Sciany 111, zostaie się od ostatniego odciągnienia 181. Do tey reszty dodaię trzy pary Cyfer, y mam 181000000 a przez Produkt Sciany podwoioney, to iest przez 222 dzieląc pierwszą część liczby daney, to iest 18100 mam Wieloraz 8, ktory kładę za czwartą część Sciany, y za ostatnią część Dzielnika, multyplikuię potym przez ostatnią część Sciany całego Dzielnika, a produkt odciągnąwszy od liczby, ktorą dopiero dzieliłem, do reszty składam następuiącą drugą parę Cyfer, y dzielę ią znowu przez całą Scianę podwoioną, y tak daley. Aż na koniec skończywszy Operacyą, resztę po ostatnim odciągnieniu pozostałą, to iest 76656 zaniechawszy, od końca całey Sciany wynaleźioney 111812, odćinam trzy figu-

figury, dla tego, że do reszty od końca pierwszey Operacyi pozostałey, trzy pary Cyfer dodałem. Tym sposobem mam daney liczby Scianę w liczbach Całkowitych 111, a w liczbie łamaney $\frac{812}{1000}$, wziąwszy za Denominatora liczbie od końca odciętey, iedno z trzema Cyframi, dla trzech par Cyfer przydanych, iako się wyżey powiedziało.

Przykład drugi. Chcąc wymiarkować obwod Kwadratowy placu, 12 łokci Kwadratowych w płaszczyznie swoiey zamykaiącego, pytam ile łokci każdy bok mieć powinien?

```
       12   | 3    |  464
        9   |      | ------
                   |  1000
  64 | 300,0000
     | 256
 686 | -4400
     |  4116
6924 |  -28400
     |   27696
        --704
```

W tym Przykładzie do 3 pozostałych, przydawszy z nich sposobem wyżey podanym Scianę Czworgranową, wypada nakoniec 3 † $\frac{464}{1000}$ to iest: że daney płaszczyźnie wymierzywszy na każdy bok łokci trzy, y 464 części czwartey, łokcia na tysiąc części podzielonego, co około pułłokcia czyni, będę miał całey płaszczyzny łokci Kwadratowych 12, lubo nie spełna, dla 704 po ostatnim odciągnieniu zarzuconych. Z tym wszystkim Sciana ta, daleko

bliż-

bliżſzą ieſt Scianą daney liczby 12, niżeli Sciana 3 po ordynaryinym wyciągnieniu Sciany wynaleźiona.

Przeſtroga I. *Ztąd pokazuie ſię, że im więcey par Cyfer do reſzty na początku pozoſtałey przydaſz, tym bliżey wyciągnioną z nich Scianą, do Sciany liczby zadaney przychylać ſię będzieſz, acz nigdy Sciany prawdziwey niewynaydzieſz. Ale defekt y brak ow od Sciany rzetelney bardzo nieznaczny będzie.*

Przeſtroga II. *Jeżeli liczbie, z ktorey Scianę Kwadratową mam wyciągnąć, Frakcya ieſt przyległa, Frakcyą do Denominatora* 100 *zredukowawſzy, liczbę owę całkowitą do niey przyłączyć powinienem, potym zaś tak z Numeratora iako, y z Denominatora oſobno Scianę Kwadratową wyciągnąć, a to tym ſpoſobem.* Naprzykład *chcąc wyciągnąć Scianę Kwadratową z* $6 \dagger \frac{1}{4}$. *Naprzod liczbę całkowitą* 6, *redukuię do Frakcyi przyległey* $\frac{1}{4}$ *przez* Prop. VI, Rozdz. II, *y mam* $\frac{25}{4}$; *Toż tę oſtatnią Frakcyą redukuiąc do Denominatora* 100, *przez* Prop. VI, tegoż Rozdziału *mam Frakcyą nową* $\frac{625}{100}$. *Nakoniec tak z Numeratora iako, y z Denominatora tey Frakcyi wyciągnąwſzy oſobno Scianę Kwadratową, wychodzi mi* $\frac{25}{10} = 2 \dagger \frac{5}{10}$.

Podobnież gdy z daney frakcyi ścianę Czworograniną wyciągać przyidzie, trzeba iey w obydwoch terminach oſobno upatrywać, to ieſt, tak w Liczniku iako y w Mianowniku; np. $r\frac{4}{9} = \frac{2}{3}$; *gdyż* $\frac{2}{3} X \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$; *tudzież* $r\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ *ponieważ* $\frac{1}{2} X \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Prze-

Przeſtroga III. *A ieżeli Denominator Frakcyi liczbie całkowitey przyległey, będzie Czworgran doſkonały, w ten czas zredukowawſzy liczbę całkowitą do Frakcyi przyległey, można zaraz Scianę Kwadratową z Numeratora, y Denominatora owey Frakcyi wyciągnąć, nie redukuiąc iey do nowego Denominatora* 100. *Tak w poprzedzaiącym Przykładzie* $6 \dagger \frac{1}{4} = \frac{25}{4}$ *wyciągnąwſzy oſobno Scianę Kwadratową tak z Numeratora* 25, *iako y z Denominatora* 4 *maſz*, $\frac{5}{2} = 2 \dagger \frac{1}{2}$, *tak, iako y pierwey. Zkąd uczemy ſię ſpoſobu na wyciągnienie Scian Kwadratowych z ſamych nawet liczb łamanych, w ktorych numery za Licznika, y mianownika położone, ſą Kwadratowe.*

Przeſtroga IV. *Gdy zaś Denominator Frakcyi, z ktorey Scianę Kwadratową mam wyciągnąć, nie będzie Czworgranowy, iako* np. *w daney Frakcyi* $\frac{4}{7}$, *tedy zmultyplikowawſzy Numeratora przez Denominatora* 4 X 7, *z Produktu* 28 *wyciąga ſię Sciana Kwadratowa, ktorey wynalezioney, zaniechawſzy reſzty, kładzie ſię za Denominatora, tenże ſam Denominator* 7. *Daney tedy Frakcyi Sciana Kwadratowa ieſt* $\frac{5}{7}$. *Dzieie ſię to przez ſkrocenie, gdyż naprzod daney Frakcyi* $\frac{4}{7}$ *tak Numeratora, iako y Denominatora zmultyplikowawſzy przez* 7, *miałbyś inną Frakcyą* $\frac{28}{49}$, *pierwſzey we wſzyſtkim rowną przez* Axyoma III, Rozdz. II. *Potym z tey Frakcyi* $\frac{28}{49}$ *wyciagnąwſzy Scianę Kwadratową miałbyś naſtępuiącą* $\frac{5}{7}$ *też ſamę, ktora y przedtym wynaleziona*

na była; ponieważ bowiem rownych Frakcyi rowne powinny bydź Sciany, zaczym ktoregokolwiek ſpoſobu zażyieſz, zawſze $r\,\frac{24}{7} = \frac{5}{7}$.

Przeſtroga V. *Frakcya nie w Kwadratowych terminach wyrażona może bydź zredukowana na nie, przez Multyplikacyą, lub Dywizyą. Tak* $\frac{12}{27}$ *podzieliwſzy przez* 3, *maſz* $\frac{4}{9}$ *przez* Axyoma III, *a Scianę z tey Frakcyi wyciągnioną* $\frac{2}{3}$. *Podobnież* $\frac{2}{8}$ *multyplikuiąc przez* 2 *maſz* $\frac{4}{16}$ przez tož Axyoma, *a Scianę z tey Frakcyi wyciągnioną* $\frac{2}{4}$.

PROPOZYCYA III.

Z daney Liczby Scianę Sześciogranną wyciągnąć. Radicem Cubicam.

O Sześciogranie, czyli Koſtce, iuż wyżey mowiliśmy, że ſię ſtaie z Kwadratu przez Scianę ſwoię zmultyplikowanego. Wyciągnąć tedy z liczby daney Scianę Sześciogranową, ieſt wynaleść liczbę taką ktorą przez ſiebie ſamę, y przez Kwadrat ztąd wypadaiący zmultyplikowawſzy, będziemy mieć Sześciogran, czyli Koſtkę, wſzerz, wzdłuż, y wgłąb rowno-boczną.

Do wyciągnienia Sciany Sześciogranowey, *naprzod* daną liczbę podziel na części, zaczynaiąc od prawey ręki, tak żeby w każdey części zamykały ſię trzy figury, procz pierwſzey od lewey ręki, ktora czaſem dwie, a czaſem iednę tylko figurę w ſobie mieć będzie. Tym ſpoſobem podzieliwſzy daną liczbę, ile w niey będzie części, tyle będzie figur w Scianie z całey liczby wyciągnioney.

Powto-

Powtore. Na Tabliczce Sześciogranow przed *Prop.* I, położoney szukay Sciany Sześciogranney pierwszey części liczby daney, ktorey ieżeli nieznaydziesz, bierz Scianę Sześciogranu naybliżey do niey przychylaiącego się, y napisz ią na osobnym mieyscu, za pierwszą część Sciany generalney.

Potrzecie. Z tey Sciany wynaleźioney uczyń Sześciogran, y odciągniy go od pierwszey części liczby daney.

Poczwarte. Do reszty, ieżeli iaka po tym odciągnieniu zostanie się, złoż iednę tylko następuiącą figurę z drugiey części liczby daney, a z Sciany iuż wynaleźioney zrobiwszy Kwadrat, weźmiy go, trzykroć, albo iak mowią tryplikuy go multyplikuiąc przez 3, Produkt ztąd wypadaiący będzie Dzielnikiem drugiey części, ktory uważay ile razy w niey mieści się, a Wieloraz napisz za drugą figurę Sciany.

Popiąte. Z całey wynaleźioney iuż Sciany zrobiwszy Sześciogran, odciągniy go razem od obu części iuż wźiętych z liczby daney żadnego numeru niepomiiaiąc.

Poszoste. Do reszty, ieżeli iaka po tym odciągnieniu pozostanie, przyday znowu iednę z następuiącey trzeciey części liczby daney, a z całey wynaleźioney iuż Sciany Kwadrat zrobiony, y tryplikowany, czyli trzykroć wzięty, będzie znowu nowym tey trzeciey części Dzielnikiem, ktory uważay, ile razy w niey brać się może, a Wieloraz to wskazuiący położ za trzecią część Sciany. Toż z całey Sciany zrobiwszy Sześciogran, odciągniy go znowu od

wszyst-

wſzyſtkich razem trzech części liczby daney. Tym ſpoſobem do oſtatniey części doſzedłſzy, na koniec z całey Sciany zrob Sześciogran, y odciągniy go od całey liczby daney.

Jeżeli od oſtatniego odciągnienia nic ſię niezoſtanie, znać ieſt że liczba dana Sześciogranną ieſt zupełnie, y Sciana wynaleźiona ieſt iey właſna; inaczey, liczba dana Sześciogranna nie ieſt, y Sciana wynaleziona na ow czas nie ieſt Scianą liczby daney, ale tylko naywiękſzego Sześciogranu w liczbie owey zawieraiącego ſię, ktora liczbą całkowitą wyrazić ſię może.

Przykład pierwſzy. Szukam Sciany Sześciogranney w naſtępuiącey daney liczbie.

Liczba dana	*Sciana Sześciogranna.*	
12,167	23	
8	23	
12 | 4	69	
	46	
	529	Kwadrat z wynaleźioney Sciany.
	23	
	1587	
	1058	
	12167	Sześciogran z wynaleźioney Sciany, rowny we wſzyſtkim Liczbie daney.

Przykład drugi. Dana ieſt liczba 11390625, ktorey Sciany Sześciogranowey mam ſzukać?

Liczba

	Liczba dana	*Sciana Sześciogranna.*	
Dzielnik drugiey części.	11,390,625	225	
	8	225	
12	33	1125	
	11390,	450	
	10648	450	
Dzielnik trzeciey części.		50625	Kwadrat z całey Sciany.
		225	
1452	-- 7426		
		253125	
	11,390,625	101250	
	11 390 625	101250	
	-- --- ---	11390625	Sześciogran z całey Sciany.

W tym Przykładzie podzieliwszy *naprzod* daną liczbę podług nauki wzwyż podaney, mam w niey trzy części, y to mi iest znakiem, że Sciana Sześciogranna wynaleziona, będzie się składać z trzech figur.

Powtore. Szukam na Tabliczce Sześciogranow Sciany 11, pierwszey części liczby daney, ktorey tamże nieznalazłszy, biorę 2 Scianę 8, Sześciogranu naybliżey do pierwszey części przychylaiącego się, y kładę te 2, na osobnym mieyscu, za pierwszą figurę Sciany.

Potrzecie. Z tych 2, wynalezioney Sciany robię Sześciogran 8, y odciągam go od 11, pierwszey części liczby daney.

Poczwarte. Do reſzty, ktore tu ſą 3 ſkładam 3, iednę tylko naſtępuiącą z drugiey części liczby daney figurę, a tak mam 33. Toż z wynalezioney iuż Sciany 2, zrobiwſzy Kwadrat 4, tryplikuię go, to ieſt trzykroć biorę, y mam 12, te zaś dwanaście ſą Dzielnikiem trzydzieſtu trzech, drugiey części liczby daney ktore 12 że w 33, mieſzczą ſię dwa razy, zaczym Wieloraz 2, piſzę za drugą figurę Scianie Sześciogranney, ktorey ſzukam.

Popiąte. Z 22, to ieſt z całey Sciany wynalezioney czynię na oſobney kartce Sześciogran 10648, y odciągam go od całych dwoch pierwſzych części, ktorych Scianę iuż znalazłem.

Poſzoſte. Do reſzty 742, ktora ſię po tym odciągnieniu zoſtaie, ſkładam z trzeciey, y oſtatniey części liczby daney naſtępuiącą iednę figurę 6, y mam 7426, a z 22, to ieſt z całey Sciany wynalezioney Kwadrat zrobiwſzy 484, y tryplikowawſzy go, mam 1452, co ieſt Dzielnikiem trzeciey części liczby daney, to ieſt 7426, w ktorych że 1452, mieſzczą ſię pięć razy, zaczym Wieloraz 5 piſzę za trzecią figurę Scianie wynalezioney, y mam całą Scianę liczby daney 225. Z ktorey Sciany zrobiwſzy Sześciogran 11390625, odciągam go od całey liczby daney; Po ktorym odciągnieniu, że ſię nic nie zoſtaie, znak ieſt że liczba dana 11390625, ieſt prawdziwie Sześciogranną, a Sciana iey rzetelna ieſt 225.

Przeſtroga I. *Spoſob ten na wyciąganie Scian Sześciogrannych z liczb danych ieſt nayłatwiey-*

twieyßy podany od Newtona w Arytmetyce iego Uniwersalney, y w trzech Regułach cały zamyka się. I. Do reßty ktora się zostaie po odciągnieniu Sześciogranu od podzielonych iuż części liczby daney, iedna tylko z następuiącey części liczby daney przydaie się figura. II. Tę reßtę wziętą wraz z przydaną na końcu iey liczbą, podzieliwßy przez Kwadrat tryplikowany wynaleźioney iuż Sciany, Wieloraz daie następuiącą figurę Sciany, z drugiey części wyciągnioną, y tak daley, III. Z liczb Sciannych (ilekolwiek ich będzie) zrobiony Sześciogran, odciąga się od tylu pierwßych części liczby daney, ile iest liczb, czyli figur w Scianie iuż znaleźioney, ktore trzy Reguły w przytoczonych iuż Przykładach, dosyć widocznie zażyte były.

Przestroga II. *Jeżeli po wyciągnieniu Sciany Sześciogranney cokolwiek się zostaie, znak iest, tako się rzekło, że liczba dana Sześciogranna nie iest, y iey cała Sciana liczbą całkowitą wyrazić się nie może. Zaczym reßta pozostała wyrażać się powinna Frakcyą, ktorey Numeratorem będzie taż sama liczba pozostała, a Denominatorem Przewyßka zmnieyßona iednym,* Differentia imminuta unitate, *ktora zachodzi między Sześciogranem Sciany wynaleźioney, y Sześciogranem większym naybliżßym. Tak wyciągnąwßy Scianę Sześciogranną z 46, mam Scianę 3, a reßta pozostała 19 będzie Licznikiem przyległey Frakcyi, Denominatorem zaś* 37 — 1 = 36. *Cała tedy wynaleźiona Sciana będzie* $r^3\ 36 = 3\dagger$

$\frac{19}{36}$

$\frac{12}{36}$. *Potrzeba albowiem wiedzieć, że Sześciogran większy np.* 64, *przewyższa Sześciogran naybliżey mnieyszy od siebie* 27, *Scianą* 3 *Szesciogranu mnieyszego tryplikowaną, y multyplikowaną przez Scianę Szesciogranu większego, z przydatkiem do Produktu iednego* 1, *to iest* 64 — 27 = 9X4 † 1 = 37.

Przestroga III. *Jeżeli z liczby ktora nie iest Sześciogranną chcesz wyciągnąć Scianę przez naybliższe do prawdziwey iey Sciany przychylenie się, tak iako się w* Prop. II, tegoż Rozdziału o *Scianie Kwadratowey mowiło; do reszty od ostatniego odciągnienia pozostałey doday tyle, ile chcesz Cyfer potroynych, to iest* 000, *lub* 000, 000, *lub* 000 000 000, *y wyciągniy z nich daley Scianę sposobem wyżey podanym. Potym zaniechawszy zostaiącą się po ostatnim odciągnieniu resztę; od Sciany wynalezioney odetniy z prawey ręki tyle figur, ileś Cyfer potroynych przydał, y podłoż im za Mianownika iedno,* 1, *z tylu Cyframi, ile potroynych Cyfer przydanych było, a Frakcyą ztąd wynikaiącą przez znak Addycyi* † *przyday do Sciany w liczbach całkowitych wyrażoney, tak właśnie, iako się w* Propozycyi II, *mowiło o wyciąganiu Scian Kwadratowych z liczb danych przez naybliższe przychylenie się do rzetelney, albo raczey wyraźney ich Sciany.*

Przestroga IV. *Z tym wszystkim tak Sześciogranne, iako też y inne wyższych stopniow Sciany daleko łatwiey przez Algebrę wynaleźione bywaią, zwłaszcza przez generalne Reguły*

od

od Newtona podane. Z tey przyczyny kto chce w Rachunkach tego rodzaiu z gruntu ſię wydoſkonalić, do tamtych źrzodeł niech ſię uda.

Na doświadczenie Sciany Sześciogranney dobrze wyciągnioney, multyplikuy trzy razy przez ſiebie wynalezioną Scianę, a do Produktu dodawſzy reſztę od oſtatniego odciągnienia pozoſtałą, Summa rowna liczbie daney wyniknąć ci powinna.

PROPOZYCYA IV.

Zamykaiąca w ſobie kilka Zadaniow, ktorym zadoſyć uczynić można przez wyciągnienie Sciany Czworgranney, lub Sześciogranney.

ZADANIE I. Generał maiący bitnych Zolnierzy 1369, chce ich do batalii w Kwadrat uſzykować, pytam ile ich w każdym ſzeregu poſtawi, tudzież wiele ſzeregow będzie?

Wyciągnąwſzy z daney liczby 1369 Scianę Kwadratową maſz 37, to ieſt maſz liczbę żołnierzy, ile ich w każdym ſzeregu ſtanie, y tyleż ſzeregow będzie.

ZADANIE II. Z Lip 625 chcąc Ogrod Kwadratowy zaſadzić, pytam ile ich w każdym rzędzie mam mieścić?

Sciana Kwadratowa 25 z daney liczby 625 wyciągniona, wſkazuie, ile na każdy rząd Lip wynidzie.

ZADANIE III. Jeſt Baſzta wyſoka na łokci 24 obwiedziona foſſą ſzeroką na łokci 9, chcąc wyſtawić drabinę ktoraby do kopuły Baſzty owey z

dalſzego brzegu doſięgła, pytam na wiele łokci długa bydź powinna?

Zrob *naprzod* z wyſokości Baſzty łokci 24 Kwadrat = 576, a drugi z obſzerności foſſy łokci 9 = 81. *Powtore*. Te dwa Kwadraty dodawſzy z ſobą 576 † 81, z Summy 657 wyciągniy Scianę Kwadratową, ktora ci pokaże że drabina owa powinna bydź długa na łokci 25 † $\frac{22}{51}$.

ZADANIE IV. Z danych 3375 ciośanych Kwadratowych kamieni chcąc ſtawiać Sześciograniany poſtument do Statuy, pytam ile na każdym boku wſzerz, wgłąb, y wzdłuż kamieni kłaść potrzeba będzie?

Wyciągniy Scianę Sześciogranną z 3375, a będzieſz miał 15, ile na każdy bok ciośanych Kwadratowych kamieni potrzeba.

ZADANIE V. Z Dyametru kuli żelazney, kamienney, lub cłowiańcy, ważącey funt ieden, doyść, iaki powinien bydź Dyameter kuli dwufuntowey, trzechfuntowey &c. z tegoż ſamego materyału?

Daymy że Dyameter kuli funtowey dzieli ſię na części 10. Zrob z tych 10 Sześciogran 1000, a zmułtyplikowawſzy go przez dwa, 1000X2, z produktu 2000 wyciągniy Scianę Sześciogranną, ta pokaże ci ile, takowychże części Dyameter kuli dwuch funtowey zamykać w ſobie powinien. Toż czyń ſzukaiąc Dyametru kuli trzech funtowey, czterech funtowey, pięciu funtowey. Zmułtyplikowawſzy albowiem Sześciogran 1000, przez 3, 4, 5, Sciany Sześciogranne z produktow wyciągnione, pokażą ci Dyameter na kulę od trzech, czterech, y pięciu funtow.

ZA-

ZADANIE VI. Gdy ſtraſzna zaraza puſtoſzyła Ateny, Obywatele tameczni pytali Apollina, iakimby ſpoſobem to złe od ſiebie oddalić mogli? Odpowiedział Apollo, że w ten czas powietrze uſtanie, gdy Ateńczykowie Ołtarz iego, ktory był Sześciogranny we dwoie powiękſzą. Ztąd wſzczęła ſię ſławna kweſtya o podwoieniu Sześciogranu.

Daymy że Sciana owego Sześciogrannego Ołtarza miała w ſobie ſtop Geometrycznych 12, zrob z tey Sciany Kwadrat 144, y multyplikuy go przez 24 Scianę podwoioną; a z produktu 3456 wyięta, Sciana Sześciogranna pokaże, że Ołtarza owego podwoionego, bok ieden powinien był mieć ſtop Geometrycznych $15 + \frac{81}{720} = \frac{9}{80}$.

Te, y tym podobne Przykłady pokazuią iawnie, iak potrzebna ieſt wiadomość Reguł o wyciąganiu Scian podanych, ktorych praktyka w całey Matematyce nieſkończenie ieſt użyteczna.

ROZDZIAŁ V.

O Regułach wyżſzey Arytmetyki.

Reguł wyżſzey Arytmetyki poſpolicie liczą cztery. Pierwſza ieſt Reguła Proporcyi *Regula Proportionum*. Druga Reguła Towarzyſtwa, czyli ſpołki, *Regula Societatis*. Trzecia Reguła Wiązania, *Alligationis*. Czwarta Reguła Domniemania, czyli Fałſzywego założenia, *Regula Poſitionis, vel Falſi*. Pierwſza z wyrażonych Reguł ieſt nayprzednieyſza, gdyż na niey inne gruntuią ſię. Zaczym do zupeł-

nego iey zrozumienia za rzecz potrzebną osądziłem, o liczbach proporcyonalnych, y własnościach ich nieco wprzod pomowić.

Definicye, czyli Opisania gruntowne.

I. Proporcya, *Ratio, sive proportio*, iest to dwoch tegoż samego gatunku rzeczy wzaiemny iakiś między sobą wzgląd, y porownanie co do ich wielkości. Tak 12 porownywaiąc ze 4 widzę że liczba 12, liczbę 4, trzy razy w sobie zamyka, a zatym między 12, y 4 zachodzi proporcya trzykrotney wielkości, *tripli*, pierwszy termin zowie się poprzedzaiący *Antecedens*. Drugi następuiący *Consequens*.

II. Proporcya dwoch liczb poznaie się z Dywizyi, bo przez nią dochodziemy, ile razy iedna drugą w sobie mieści; gdyż liczba podzielna tyle razy zamyka w sobie dzielnika, ile razy Wieloraz z tego dzielenia wypadaiący zamyka w sobie 1.

III. Liczba więc, ktora wskazuie, ilekroć ternin poprzedzaiący zamyka w sobie termin następuiący lub ilekroć w nim mieści się, zowie się wykładacz czyli Mianownik Proporcyi, (*Exponens, vel Denominator Proportionis*) ktora może bydź lub całkowita, lub łamana; tak liczba, 3, ieſt Wykładacz czyli Mianownik wyrażaiący proporcyą ktora zachodzi między 12 y 4, gdyż pokazuie, że liczba 12 trzy razy mieści w sobie liczbę 4. Podobnież Frakcya $\frac{1}{3}$ ieſt wykładacz Proporcyi 2, do 6; bo widocznie wskazuie, że, 2, termin poprzedzaiący ieſt

trze-

trzecią częścią 6, terminu naſtępuiącego; czyli że 2, mieſzczą ſię trzy razy w 6. Zkąd oczywiście widziſz, że *Exponens* czyli Denominator Proporcyi nierożni ſię od Wieloraza wynikaiącego z podzielenia iednego terminu Proporcyi przez termin drugi.

IV. Dwie Proporcye, zowią ſię podobne, też ſame, albo rowne, (co wſzyſtko iedno znaczy) gdy pierwſzey proporcyi termin poprzedzaiący, tyleż razy mieści w ſobie termin ſwoy naſtępuiący, ile razy termin poprzedzaiący drugiey proporcyi, zamyka w ſobie ſwoy termin naſtępuiący, y wzaiemnie, gdy termin poprzedzaiący iedney proporcyi tyle razy mieści ſię w ſwoim terminie naſtępuiącym, ile razy w drugiey proporcyi termin poprzedzaiący w naſtępuiącym brać ſię może. Tak naſtępuiące dwie Proporcye 12. 4 : : 3. 1, ſą między ſobą podobne, y też ſame; bo iako, 12 *Antecedens* pierwſzey proporcyi, *Conſequens* ſwoy 4, tak 3 *Antecedens* drugiey proporcyi, *Conſequens* ſwoy 1, trzy razy zupełnie w ſobie zamyka.

V. Cztery te terminy, czyli rzeczy, tęż ſamę maiące do ſiebie proporcyą *np.* 12. 4 : : 3. 1, zowią ſię proporcyonalne, albo iednego względu; Jeżeli zaś liczby we środku położone dwa razy ſię biorą, tak: że taż ſama liczba bierze ſię raz iako *Conſequens* liczby pierwſzey, a drugi raz iako *Antecedens* liczby naſtępuiącey, tedy proporcya między niemi zachodząca zowie ſię proporcya ciągniona, *Proportio Continua*, iako *naprzykład* ∺ 2. 4. 8, gdzie 4. biorę raz iako *Conſequens* 2, drugi raz iako *Ante-*

cedens 8, raz, iako 2, dwarazy w fobie zamykaią, drugi raz, iako w 8 dwa razy wzaiemnie mieſzczą ſię.

LEMMATA (*) *czyli Obiaśnienia upewniaiące o niezawodnych własnościach Proporcyi.*

LEMMA I. Jeżeli cztery dane liczby będą między ſobą proporcyonalne, y tegoż ſamego względu, tedy produkt z liczby pierwſzey, y oſtatniey, powinien bydź we wſzyſtkim rowny produktowi z liczby drugiey, y trzeciey.

Daymy cztery liczby proporcyonalne
5. 20 :: 4. 16.
Jako 5X16. = 80.
Tak wzaiemnie 20X4. = 80.

LEMMA II. Jeżeli z danych czterech terminow, termin pierwſzy tak ſię ma do trzeciego, iako biorąc na wywrot, termin czwarty do drugiego, tedy produkt terminu pierwſzego z drugim, powinien bydź rowny produktowi terminu trzeciego z czwartym. Daymy cztery liczby naſtępuiące 6, 4, 3, 8. W tych danych liczbach, że między pierwſzym terminem 6, y trzecim 3, taż ſama zachodzi proporcya iaka między terminem czwartym 8, y drugim 4, będzie tedy 6, 3 :: 8, 4. Przeto podług *Lemma* I 6X4 = 3X8 = 24. A zatym Produkt z pier-

(*) LEMMA ieſt to nauka poprzedzaiąca, czyli oſtrzeżenie y ubeſpieczenie o niezawodności Prawd, przez ktore dalſzych Reguł w iakiey Scyencyi podanych dowodzić potrzeba. Y dla tego u Łacinnikow Lemmatami nazywaią ſię Propozycye, ktorych ten iedyny cel ieſt, abyśmy przez nie innych Propozycyi prawdy dowodzili.

pierwszego y drugiego, będzie rowny produktowi z terminu trzeciego y czwartego.

LEMMA III. Jeżeli produkt przez iednę liczbę, z liczb między sobą zmultyplikowanych, podzielony będzie, druga z nich za Wieloraz wypaść powinna, *naprzykład*, ieżeli Produkt 24 wynikaiący zmultyplikacyi 4X6, podzielony będzie przez 6, wypada 4, ieżeli przez 4, wypadną 6.

PROPOZYCYA I.

O Regule Proporcyi. De Regula Proportionum.

Reguła Proporcyi, ktorą dla zacności, y nieskończonego pożytku, złotą pospolicie nazywaią; podaie sposob na doyście z trzech liczb wiadomych czwartey liczby niewiadomey Proporcyonalney, między ktorą, y trzecią taż sama zachodzić powinna Proporcya; co między drugą, y pierwszą. Y z tey przyczyny zowie się Reguła Proporcyi, czyli Reguła trzech, że z trzech liczb wiadomych, czwartey niewiadomey dochodzi. Należyte Reguły Proporcyi odprawienie na dwoch następuiących gruntnie się fundamentach.

Naprzod. Trzy liczby dane, porządkiem ułożone bydź powinny, tak ażeby liczba maiąca do siebie przyłączone zadanie położona była na mieyscu trzecim, a owa, ktora z liczbą na mieyscu trzecim położoną iednego iest gatunku, na pierwszym mieyscu znaydowała się. Tak *np*. pytaiąc się wiele dam za 12 łokci Sukna, ktorego dwa łokcie kosztuią Złotych 14. Ponieważ liczba 12 ma do siebie przyłączone zadanie, zaczym piszę 12 łokci na mieyscu

trze-

trzecim, a dwa ktore też ſamę rzecz z 12, to ieſt łokcie znaczą, kładę na mieyſcu pierwſzym, 12 zaś na mieyſcu drugim, tym ſpoſobem?

2. 14 : : 12. - -

Powtore. Tak ułożywſzy terminy liczb do rozwiązania ich przez Proporcyą zadanych, multyplikuy termin drugi przez trzeci, to ieſt 14X12, a Produkt z tey multyplikacyi wynikaiący 168, przez termin pierwſzy, to ieſt przez 2 podziel, Wieloraz ktory z tego podzielenia wypadnie, będzie czwartym terminem do trzech liczb danych proporcyonalnym, y na zadanie twoie odpowie?

Łokci	*Złotych*		*Łokci*	*Złotych.*
2.	14	: :	12.	84.

```
        14
        12
       ----
        28
        14       Wieloraz
       ----
  2   |16,8|       84
      |16  |
      ------
       --8
         8
       ---
        - -
```

Przykład drugi. Krol Salomon przy budowaniu Kościoła Jerozolimſkiego miał robotnikow 180000, Daymy że na dwoch robotnikow dawano codzień trzy Złote, pytam ile na wſzyſtkich codzień wydano?

Robotnicy *Złote* *Robotnicy* *Złote*
2. 3 :: 180000 270000
3
2 |5,4,0,0,0,0,| 270000
|4
14
14
- -

Przykład trzeci. Budowanie tegoż Kościoła trwało lat ſiedm, a biorąc w Roku iednym tylko 250 dni roboczych, trwało dni 1750. Jeżeli tedy na dzień ieden ſama robota owego Gmachu koſztowała Złotych 270000, pytam ile mogł wynieść cały koſzt za dni 1750?

Dzień *Złotych* *Dni* *Złotych*
1 270000 :: 1750 472500000.
1750
13500000
1890000
270000
1. |472500000|

W tym Przykładzie Produktu zmultyplikacyi dwoch śrzednich terminow niepotrzeba było przez 1, termin pierwſzy dzielić, ale ow Produkt zaraz za termin czwarty liczbom danym proporcyonalny napiſać, bo iedno, 1, ani dzielić, ani multyplikować liczb nie może.

Przykład czwarty. Biorącemu w Prowizyi ſześć od ſta, pytam ile ſię należy od 38000?

100. 6 :: 38000 2280.
6

1|00 |2280|00| 2280.

Przykład piąty. Laſka dwu łokciowa proſto wbita w ziemię o godzinie trzeciey z południa, rzuca od ſiebie cień na łokci 3. Przyległey wieży, o teyże ſamey godzinie cień ieſt na łokci 300, pytam ile wieża owa w ſamey rzeczy ma w ſobie łokci? Terminy zadanych liczb tak układam, Jeżeli cień trzech łokciowy, ieſt od wyſokości dwu łokciowey, cień na łokci 300, iaką rzetelną ma wyſokość?

3. 2 :: 300 200.
2

3. |6,0,0,| 200

Przykład ſzoſty. Za Mieſięcy dwa, wydał kto 1900 Złotych, pytam ile wyda za Rok ieden. W tym Przykładzie Mieſiące dwa, y Rok ieden, ſą terminy rożnego gatunku, zaczym przed zaczęciem operacyi onychże, potrzeba ie wprzod na gatunek ieden redukować, zamiaſt, Roku iednego, Mieſięcy dwanaście napiſawſzy tak:

Mieſięcy	*Złotych*	*Mieſięcy*	*Złotych*
2.	1900 ::	12.	11400

12

3800
1900

2 |2,2,8,0,0,| 11400
|228

- -

Toż

Toż zawſze czyń, kiedy termіny na pierwſzym, y trzecim mieyſcu leżące, zamykać w ſobie będą rożne gatunki rzeczy, to ieſt redukuy ie wprzod do gatunku iednego.

Przykład ſiodmy. Za pułtory godziny wyciekło z Antała, Wina dwa garce, pytam ile za dzień cały wyciec mogło? W tym Przykładzie *naprzod* pułtory godziny rzedukowawſzy na kwadranſe, mam kwadranſow 6, toż dzień zredukowawſzy na 24 godzin, a te na kwadranſe mam kwadranſow 96, y dopiero dane liczby układam naſtępuiącym ſpoſobem:

Kwadranſe	*Garce*	*Kwadranſe*	*Garce*
6.	2 ::	96.	32.

```
        96.
         2
     -------
  6 | 192 | 32
    | 18  |
     -------
     - 12
       12
     -------
       - -
```

Jeżeli zaś Produkt z trzeciego terminu zmultyplikowanego przez drugi, mnieyſzy będzie od terminu pierwſzego, a przeto nie będzie ſię mogł przezeń dzielić, tedy go wprzod na mnieyſzy gatunek zredukować potrzeba, y dopiero przez pierwſzy termin podzielić. *Naprzykład,* za 20 łokci płotna dałem Talerow bitych pięć, pytam ile łokieć ieden koſztuie?

Łokci Talerow Łokieć
20. 5 :: 1.
8

Łokci Złotych Łokci Złotych
2|0. 4|0. :: 1. 2.

Ponieważ iedno pięciu nie multyplikuie, y Talerow pięciu przez 20 dzielić nie mogę, zaczym zredukowawszy wprzod Talery na Złotych czterdzieści mowię ieżeli za 20 dałem 40 Złotych, coż dałem za 1? y dochodzę, że 2.

Przestroga. *Jeżeli do liczb Całkowitych przymieszaią się Frakcye, tedy liczby całkowite redukuią się wprzod na Frakcye przyległe, a pod liczbami całkowitemi, przy ktorych Frakcyi nie masz, podkłada się za Denominatora 1, toż Multyplikacya, y Dywizya, sposobem o liczbach łamanych przepisanym odprawuie się.* Naprzykład. *Za godzinę* 1 † $\frac{1}{4}$ *ubiegłem mil* 2 † $\frac{1}{4}$, *pytam się ile mil za godzin* 6 † $\frac{1}{2}$ *ubiegnę.*

1 † $\frac{1}{4}$. 2 † $\frac{1}{4}$ :: 6 † $\frac{1}{2}$.
$\frac{5}{4}$. $\frac{9}{4}$ :: $\frac{13}{2}$. 11 † $\frac{28}{40}$.

Demonstracyą, czyli okazanie niezawodnych fundamentow podanych na Regułę Proporcyi, oczywiste mieć można z *Lemma* I y III. Bo ponieważ w Regule Proporcyi dane bywaią trzy terminy proporcyonalne, do ktorych czwartego, o ktorym ieszcze niewiemy dobrać można, zatym idzie, że produkt zmultyplikacyi drugiego, y trzeciego terminu wynikaiący, rowny bydź powinien produktowi zmultyplikacyi terminu pierwszego z czwartym ie-

ſzcze niewiadomym, podług *Lemma* I, a zatym Produkt z drugiego, y trzeciego terminu, podzieliwſzy przez termin pierwſzy, czwartego terminu danym trzem terminom proporcyonalnego, doydziemy przez *Lemma* III. Oczywiſta tedy ieſt przyczyna, czemu podług wzwyż podaney na Regułę Proporcyi nauki, termin trzeci multyplikować powinniśmy przez termin drugi, a produkt przez termin pierwſzy podzielić.

Spoſob na doświadczenie dobrze odprawioney Reguły Proporcyi naywyborniey ſzy, y nayſnadniey ſzy ieſt: multyplikować termin pierwſzy przez termin czwarty, a termin trzeci przez drugi, bo ieżeli Produkta, z tey podwoyney multyplikacyi wynikaiące będą ze wſzyſtkim ſobie rowne, znak będzie dobrze odprawioney rachuby. Fundament tego niezawodny ieſt w *Lemma* I.

PROPOZYCYA II.

O Regule Proporcyi ſkładaney. De Regula Proportionum Compoſita.

Reguła ſkładana Proporcyi, *Regula Proportionum Compoſita*, zowie ſię ta, w ktorey procz trzech terminow pryncypalnych *w poprzedzaiącey Propozycyi* wyrażonych, kładą ſię ieſzcze inne terminy pośrzednicze, ktore znaczą, czas, zyſk, defalkę, y tym podobne okoliczności. Terminy takowe gdy dane będą, Reguły proporcyi odprawić nie można, aż wprzod pośrzednicze owe terminy, z terminami pryncypalnemi przez multyplikacyą złączone nie będą, tak żeby ze wſzyſtkich danych terminow, trzy

tylko terminy pryncypalne do Operacyi wypadły. Przykłady następuiące rzecz tę naylepiey obiaśnią.

Przykład pierwszy. Czterech Kawalerow wspolnie żyiących przez dni 10, wydali Czerwonych Złotych 50, pytam ile wydadzą Kawalerow 12 przez dni 30?

W tym Przykładzie liczby znaczące Kawalerow, y pieniądze są terminy pryncypalne, liczby zaś, ktore znaczą dni są terminy pośrzednicze, y następuiącym porządkiem układaią się:

4X10 50 :: 12X30.

Zeby tedy Regułę proporcyi odprawić złącz przez multyplikacyą *naprzod* Kawalerow 4 a z 10 dniami, masz 40, potym Kawalerow 12 z 30 dniami, masz 360. Teraz zadaną kwestyą w trzech terminach następuiącym wyraź sposobem:

40. 50 :: 360. 450

a zmultyplikowawszy termin drugi przez trzeci, to iest 50X360, Produkt 18000, podziel przez 40 termin pierwszy, a Wieloraz 450 pokaże ci szosty termin danym pięciu terminom proporcyonalny, to iest że Kawalerow 12 za dni 30, wydadzą Czerwonych Złotych 450.

Przykład drugi. Od 1000 z prowizyą czterech od sta, płaci się corocznie Złotych 40, a od 12000 z prowizyą sześciu od sta wiele płacić potrzeba?

1000X4.

1000X4. 40 : : 12000X6?
4000. 40 : : 72000. 720.

```
        40
4|000|28,8,0|000|720
     |28
     --8
       8
      -0
```

Przykład trzeci. Od przewiezienia czterech cetnarow towaru za mil 30 zapłaciłem Złotych 30, a od przewiezienia 12 cetnarow tegoż towaru, za mil 50, ile zapłacę?

4X30. 30 : : 12X50.
120. 30 : : 600 150

```
        30
12|0|18,0,0,|0|  150.
  |12         |
   --60
     60
     --
```

Przykład czwarty. Daymy że na płacą dla Zołnierzy 10 przez Miesiąc 1, wychodzi Złotych 579, chcę wiedzieć ile wynidzie dla Zołnierzy 500 przez Miesięcy 12.

10X1. 579 : : 500X12.
10. 579 : : 6000. 347400.

Przestroga I. *Składana Reguła Proporcyi, nic innego nie iest, tylko Reguła Proporcyi prosta, dwa razy powtorzona, z tey przyczyny nazywa*

się też Regula Dupli, *Reguła podwoiona, dla tego, że dwa zadania wraz w sobie zamyka; A przeto składana Reguła Proporcyi redukować się może na dwie Reguły proste, z ktorych w pierwszey pominąwszy terminy pośrzednicze, a same trzy terminy pryncypalne w proporcyą ułożywszy, szukamy terminu czwartego. W drugiey kładą się terminy pośrzednicze, a w śrzodku tych wynaleziony dopiero czwarty termin proporcyonalny; Tak w poprzedzaiącym Przykładzie mowiąc* naprzod *ieżeli na* 10 *Zołnierzy wychodzi Złotych* 579, *ile wynidzie na Zołnierzy* 500? *wypada* 28960, *a mowiąc* powtore: *ieżeli za Miesiąc* 1 *wynidzie* 28960, *ile wynidzie za Miesięcy* 12? *wychodzi Summa* 347400, *taż sama, ktorą przez pierwszą Operacyą wynalazłem.*

Przestroga II. *Ta Reguła nazywa się także u niektorych Reguła pięciu,* Regula quinque, *że się w niey pięć terminow wiadomych kładzie, dla doyścia szostego. Doświadczaią iey tymże samym sposobem, ktory w* Propozycyi poprzedzaiącey *na Regułę Proporcyi podany był.*

PROPOZYCYA III.

O Regule Proporcyi wspak obroconey. De Regula Proportionum Inversa.

W Regułach Proporcyi, o ktorych dotąd mowiliśmy, tak się ma zawsze termin pierwszy do drugiego, iak się ma termin trzeci do czwartego, y ieżeli termin pierwszy od trzeciego iest większy, ter-

termin drugi rownie nad termin czwarty większy bydź powinien, albo wzaiemnie mnieyszy, ieżeli termin pierwszy mnieyszy iest, niżeli trzeci. Z samey zaś natury zadaney kwestyi przytrafiać się często zwykło, że im pierwszy termin mnieyszy, lub większy iest od trzeciego, tym termin czwarty, ktorego szukamy, od terminu drugiego mnieyszy, lub większy bydź powinien, biorąc wspak porządek terminow przez proporcyą ułożonych. W tym razie Reguła Proporcyi nazywa się wspak obrocona, *Regula Proportionum inversa*, dla zamatwania porządku terminow, ktorym w prostey Regule Proporcyi układaią się.

Reguła ta wiele zatrudniać zwykła, niezupełnie biegłych w rachunkach ludzi, z tey przyczyny, że rozeznać nie mogą, kiedy prosta Reguła Proporcyi, a kiedy Reguła Proporcyi wspak obrocona bydź ma zażyta.

Ile razy tedy z samey natury zadanego pytania wypada, że im mnieyszy, lub większy iest termin pierwszy od trzeciego, tym mnieyszy, lub większy bydź powinien czwarty od drugiego terminu, tyle razy każdy ma sobie wnosić, że w takowym razie Reguły Proporcyi wspak obroconey zażyć potrzeba. Tak *naprzykład* maiąc zadaną kwestyą: żeńcow 20 pożęli pole iedno w dni 4, a żeńcow 10, drugie takoweż pole wiele dni żąć będą?

20. 4 :: 10?

W tym Przykładzie iako pierwszy termin 20 większy iest od terminu trzeciego 10, tak termin czwarty wynaleziony większy bydź powinien nad

termin drugi 4, bo żeńcow 10, dwa razy dłużey pole owo żąć powinni, niżeli go żnie żeńcow 20.

Zaczym na doyście czwartey liczby proporcyonalney przez Regułę wſpak obroconą, potrzeba *naprzod* pierwſzy termin multyplikować przez termin drugi, *powtore* Produkt z tey multyplikacyi wynikaiący podzielić przez termin trzeci, a za Wieloraz wypadnie termin czwarty proporcyonalny, ktory tak ſię będzie miał do terminu drugiego, iak ſię ma termin pierwſzy do trzeciego terminu. Tak wzadanym iuż przykładzie:

20. 4 :: 10. 8.
20
1 | 0 | 8 | 0 | 8

Dzieſięciu tedy żeńcow ośm dni pole owo żąć powinni, ktore dwudzieſtu za cztery dni pożęli.

Przykład drugi. W Fortecy oblężoney 1500 Zołnierzom wyſtarczy prowiantow na Mieſięcy 3, a przez Mieſięcy 6, na wielu Zołnierzy też prowianty wyſtarczyć mogą?

3. 1500 :: 6. 750.
3
6 | 45,0,0,| 750
42
-30
30
--0

W tym Przykładzie rzecz oczywiſta ieſt, że im mniey ieſt Mieſięcy trzy nad Mieſięcy ſześć, tym

mniey

mniey powinno, bydź Ludzi na ktorychby przez ſześć Mieſięcy prowianty wyſtarczyć mogły, ktore na Ludzi 1500 przez trzy Mieſiące wyſtarczaią, to ieſt powinno ich bydź 750, połową mniey od 1500, iako trzy Mieſiące połową mniey ſą od Mieſięcy ſześciu.

Przykład trzeci. 6 Pługow orze rolą iednę dni 30, a 10 pługow za wiele dni tęż rolą zaorzą? Widziſz y tu, że im więcey ieſt pługow, tym mniey dni do orania teyże roli potrzebuią, to ieſt dni tylko 18.

6. 30 :: 10. 18.
6
1 | 0 | 1,8, | 0 | 18

Demonſtracya, niezawodność tey Reguły funduie ſię na *Lemma* II y III. Bo ponieważ w Regule Proporcyi wſpak obroconey, tak ſię ma pierwſzy termin do trzeciego, iak wzaiemnie czwarty do drugiego, idzie zatym podług *Lemma* II, że Produkt terminu pierwſzego zmultyplikowanego z drugim, rowny bydź powinien produktowi terminu trzeciego zmultyplikowanego z czwartym. A że produktu ktoryby miał wyniknąć zmultyplikacyi terminu trzeciego z czwartym, mam iuż termin ieden, to ieſt, ktory na trzecim mieyſcu kładzie ſię, zaczym produkt zmultyplikacyi terminu pierwſzego z drugim, rowny produktowi zmultyplikacyi terminu trzeciego z czwartym, podzieliwſzy przez termin trzeci, czwarty termin proporcyonalny koniecznie wyniść powinien.

Doświadczenie dobrze odprawioney Reguły Proporcyi wſpak obroconey, ieſt bardzo krotkie,

zmultyplikowawszy termin pierwszy przez drugi, a trzeci przez czwarty. Jeżeli obadwa produkta są rowne, Operacya dobrze poszła.

Przestroga. *Unikaiąc atoli trudności ieżeli iaka w Proporcyi wspak obroconey zachodzić może, łatwo zamienisz ią w Regułę Proporcyi prostą, kładąc termin, do ktorego przyłączone iest zadanie, na mieyscu pierwszym, a termin iednego z nim gatunku na mieyscu drugim. Tak w pierwszym przykładzie żeńcow* 10, *tak się maią do żeńcow* 20, *iak się maią dni* 4, *do dni* 8.

10. 20 :: 4. 8.
4
1 |0 |8|0, | 8

A w Przykładzie drugim, tak się maią Miesięcy 6, *do Miesięcy* 3, *tak się maią Zołnierzy* 1500 *do* 750.

6. 3 :: 1500. 750.
3
6 |45,0,0,| 750
|42 |
- 30
30
- - 0

Podobnież y w Przykładzie trzecim, iak się maią 10 *pługow do* 6, *tak się mieć powinny dni* 30, *do dni* 18.

10. 6 :: 30 18.
6
1|0 |18|0 18.

PRO-

PROPOZYCYA IV.

Zamykaiąca w ſobie niektore ſpoſoby do krotkości y ſnadności w odprawieniu Reguły Proporcyi wielce ſłużące.

I. Gdy pierwſzy termin w Regule Proporcyi proſtey ſpełna zamyka w ſobie termin drugi, alboli też w nim ſpełna mieści ſię, w ten czas proporcya na naymnieyſze terminy redukowana bydź może przez *Prop.* II *Rozdz.* II, y operacya iey bardzo krotka ſtanie ſię. Tak *naprzykład*, za łokci Sukna 5 dałem Złotych 35, ile dam za łokci 30? Zredukowawſzy 5, y 35, do naymnieyſzych terminow 1 y 7, mow: ieżeli za 1 należy ſię 7, coż ſię będzie należało za 30? maſz czwarty termin proporcyonalny 210. A w Regule Proporcyi wſpak obroconey, ponieważ taż ſama między pierwſzym y trzecim, co między czwartym a drugim terminem zachodzi proporcya, zaczym pierwſzy y trzeci termin na naymnieyſze terminy zredukowawſzy, ſkrociſz ſobie operacyą, tak w Przykładzie I, z *Prop.* III, zredukowawſzy 20 y 10 na mnieyſze terminy, maſz 2 y 1, napiſawſzy tedy tak 2. 4 : : 1, wypadnie ci czwarty termin 8.

II. Dla uniknienia trudności w przydłużſzey Dywizyi, podziel termin trzeci przez pierwſzy, a przez Wieloraz multyplikuy termin drugi. Albo też podziel termin 2gi przez pierwſzy, a przez Wieloraz multyplikuy termin 3ci, 4ty termin proporcyonalny zawſze tenże ſam wypadnie, iak gdybyś ordynaryinym ſpoſobem czynił. Tak *np.* 25. 60 : : 100.

Podzieliwſzy termin 3ci przez pierwſzy, maſz Wieloraz 4, przez ktory zmultyplikowawſzy termin drugi 4X60 maſz czwarty termin proporcyonalny 240.

III. Jeżeli Frakcya pierwſzemu tylko terminowi ieſt przyległa *naprzykład* 12 † ½. 4 :: 20? zmultyplikuy przez Denominatora 2, tak pierwſzy iako y trzeci termin, a wypadną ci trzy terminy proporcyonalne bez Frakcyi 25. 4 :: 40? Jeżeli Frakcya przyległa będzie drugiemu tylko terminowi *naprzykład* 6. 20⅓ :: 10, multyplikuy przez tegoż Denominatora 3, termin pierwſzy y drugi, a będzieſz miał trzy terminy proporcyonalne bez Frakcyi 18. 61 :: 10? ieżeli Frakcye z iednakowym Denominatorem, przyległe będą pierwſzemu y trzeciemu terminowi, *naprzykład* 3 † ⅖. 20 :: 10 † ⅗? obydwa te terminy zmultyplikowawſzy przez powſzechnego Denominatora 5, maſz Regułę bez Frakcyi 17. 20 :: 53? ieżeli nakoniec terminy korreſpondujące ſobie, wyrażone będą ſamemi Frakcyami, z iednakowym Denominatorem, *naprzykład* ⅔. 20 :: ⅓, zmazawſzy Denominatory wypadną ci terminy proporcyonalne, 2. 20 :: 1? ieżeli zaś Denominatory będą rożne, zredukuy wprzod owe Frakcye do iednego Denominatora, ktorego po tym zmazawſzy, będzieſz miał trzy terminy proporcyonalne bez Frakcyi, tak *naprzykład* ½. 5 :: ⅔? zredukowawſzy te dwie Frakcye do iednego Denominatora, przez *Prop.* III *Rozdz.* II maſz: $\frac{3}{6}$. 5 :: $\frac{4}{6}$? a zmazawſzy Denominatora powſzechnego, będzieſz miał Regułę Proporcyi bez Frakcyi wyrażoną ſpoſobem naſtępującym, 3. 5 :: 4? Przyczyny tych y tym podobnych

bnych odmian, każdy wyśmienicie pozna, ktokolwiek naukę o liczbach łamanych zupełnie zrozumiał.

PROPOZYCYA V.

O Regule Towarzystwa, czyli społki de Regula Societatis.

Reguła Towarzystwa czyli społki, nic innego nie iest, tylko nauka podaiąca sposob do podzielenia liczby iakiey na więcey części proporcyonalnych. Zowie się Reguła Towarzystwa czyli społki, że naywięcey zażywana bywa między ludźmi społeczeństwo handlow, lub intrat utrzymuiącemi. W samey rzeczy Reguła społki nic innego nie iest, tylko Reguła Proporcyi tyle razy powtorzona, na wiele części proporcyonalnych liczbę zadaną dzielić przyidzie. Co się z następuiących iaśnie pokaże Przykładow.

Przykład pierwszy. Trzech Kupcow zawarłszy z sobą Towarzystwo handlowne, dali na zysk spolny każdy z swoiey strony pewną Summę pieniędzy.

Pierwszy Kupiec A, łożył Taler. bitych 1000 Drugi Kupiec B, łożył Talerow bitych 1500 Trzeci Kupiec C, łożył Talerow bitych 2000.

Pieniędzmi temi handluiąc Rok cały, zarobili ogołem Talerow bitych 2000. Pytam iaka z tego zysku Summa proporcyonalna do każdego Kapitału, wszystkim przypadnie?

Zbierz *naprzod* w iednę Summę wszystkie Kapitały przez trzech Kupcow poiedynczo dane, to iest 1000 † 1500 † 2000 = 4500: *Powtore.* Uczyń

tyle razy Regułę Proporcyi, ile ieſt poiedynczych Kapitałow, w ułożeniu terminow ten tryb zachowuiąc, ażeby za pierwſzy termin położona była Summa parcyalnych Kapitałow w iedno zebrana, ktora tu ieſt 4500, za drugi termin zyſk generalny, ktory tu ieſt 2000, za trzeci termin Summa parcyalna każdego Kupca, a za czwarty termin przy każdey operacyi wypadnie ci zyſk parcyalny, proporcyonalny Kapitałowi przez każdego z trzech Kupcow łożonemu. Czego wſzyſtkiego naſtępuiący maſz wizerunek:

Kap gen.	*Zysk gener.*	*Kapit. parcyal.*	*Zysk parcyal.*
4500	2000 : :	1000? A.	444 A. † $\frac{4}{9}$.
4500	2000 : :	1500? B.	666 B, † $\frac{6}{9}$.
4500	2000 : :	2000? C.	888 C. † $\frac{8}{9}$.
			2000.

Przykład drugi. Trzech Braci zakupuią wſpolnie Maiętność czyniącą roczney intraty 70000 Złotych. Pierwſzy D, dał na nię 240000, Drugi E, 300000, Trzeci F, 360000, chcę wiedzieć ile roczney intraty każdemu z nich, z owych Dobr przypadnie?

Znoſzę *naprzod* wſzyſtkie parcyalne Kapitały, to ieſt 240000 † 300000 † 360000 = 900000. To uczyniwſzy, Regułę proporcyi ſpoſobem wzwyż podanym powtarzam trzy razy:

900000	70000 : :	240000?	18666 † $\frac{6}{9}$.
900000	70000 : :	300000?	23333 † $\frac{3}{9}$.
900000	70000 : :	360000?	28000
			70000

Przy-

Przykład trzeci. Dwoch Jubilerow, z ktorych ieden łożył na Dyamenty 20000 Czerwonych Złotych, drugi 32000, tracą na handlu swoim 15 tysięcy, pytam iaka szkoda każdego Summie ma bydź proporcyonalna.

52000 15000 : : 20000 $5769 \frac{12}{52}$.
52000 15000 : : 32000 $9230 \frac{40}{52}$.
15000.

Jeżeliby zaś z parcyalnych Kapitałow, owych Kupcow ieden dłużey a drugi krocey był na handlu, w ten czas, tak iak w Regule Proporcyi składaney, potrzeba wprzod Kapitał przez swoy czas multyplikować, a dopiero Produkta dodawszy, czynić sposobem wzwyż podanym. Tak *naprzykład* daymy trzech Kupcow z ktorych ieden łożył na handel 200 Czerwonych Złotych, lecz od lat 3. Drugi łożył 320, lecz od lat 2. Trzeci łożył 500, lecz od Roku tylko. Zysk zaś generalny z tego handlu trzechletniego był na 2000 Czerwonych Złotych, multyplikuię wprzod każdą Summę przez iey lata:

200 X 3 = 600
320 X 2 = 640
500 X 1 = 500

Zebrawszy teraz w iedno wszystkie produkta parcyalne, mam 1740 y Regułę tak układam:

1740 2000 : : 600? $689 \frac{114}{174}$.
1740 2000 : : 640? $735 \frac{110}{174}$.
1740 2000 : : 500? $574 \frac{124}{174}$.
2000

Gdy-

Gdyby zaś Kupcow wſzyſtkich Kapitały rowne były, lecz czas nierowny, gdyby *np.* iednego Summa była na handlu Mieſięcy 12, drugiego Mieſięcy 7, a trzeciego Mieſięcy 6, tedy zebrawſzy w iednę Summę wſzyſtkie Mieſiące 12 † 7 † 6 = 25 położ ie za pierwſzy termin, za drugi zyſk generalny, a za trzeci Mieſiące, przez ktore każdego Kapitał był na handlu, y powtorz trzy razy Regułę Proporcyi tak:

Jeżeli Mieſięcy	*Zysk Czerw. Zł.*		*coż Mieſięcy*	
25	1000	: :	12?	480
25	1000	: :	7?	280
25	1000	: :	6?	240
				1000

Ztąd maſz ſpoſob, na dzielenie pieniędzy *np.* 4000 Talerow bitych, między ſług trzech, proporcyonalnie do czaſu przez ktory ciż ſludzy Panu ſwemu ſłużyli, z ktorych ieden ſłużył lat 7, drugi lat 6, trzeci lat 12, Pan zaś umieraiący leguie im zapiſem 4000 Talerow bitych, ażeby te w proporcyi do czaſu ich uſług podzielone między nich były. Zebrawſzy albowiem lata wſzyſtkich, ktorych tu ieſt 25, położ ie za termin pierwſzy, Summę legowaną na nich za termin drugi, a każdego z oſobna lata za termin trzeci, toż trzy razy powtorzywſzy Regułę Proporcyi, za czwarty termin wypadnie ci Summa do lat każdego proporcyonalna, naſtępuiącym ſpoſobem,

25.	4000	: :	7.	1120
25.	4000	: :	6.	960
25.	4000	: :	12.	1920
				4000

Pier-

Pierwſzy tedy za lat 7 weźmie Talerow bitych 1120, drugi za lat 6 weźmie Talerow bitych 960, trzeci za lat 12 weźmie Talerow bitych 1920.

Doświadczenie dobrze odprawioney Reguły Towarzyſtwa ieſt to: że gdy dodaſz wſzyſtkie parcyalne Summy, zyſk, lub ſtratę parcyalną znaczące, Summa generalna, zyſkowi, lub ſtracie generalney rowna bydź powinna, iako tu na końcu każdego Przykładu widzieć ſię daie.

PROPOZYCYA VI.

O Regule Wiązania. De Regulą Alligationis.

Gdy rzeczy rożney między ſobą ceny, rożnego waloru wiążemy, czyli mieſzamy razem, iako *naprzykład* rożne trunki, towary, lub kruſzcze, a pomieſzawſzy ie, chcemy doyść ſprawiedliwey ceny owey mixtury, częściom rzeczy owych, z ktorych ſkłada ſię, proporcyonalney, albo też gdy śrzednią iakąś cenę założywſzy, chcemy wiedzieć ile części każdego z kilku danych towarow, lub trunkow zmieſzać potrzeba, ażeby za cenę owę śrzednią ſprzedać ie można, w oboim tym razie zażywamy Reguły, ktorą Rachmiſtrze zowią Regułą Wiązania, *Alligationis*. Spoſoby do należytego iey odprawienia potrzebne, z ſamych naylepiey przykładow wydadzą ſię.

Przykład pierwſzy. Miał kto dwoiakiey proby u ſiebie ſrebro, iednego grzywna po Złotych 74, drugiego po Złotych 68, pierwſzego było grzywien 200, drugiego grzywien 160, dwoiakie to ſrebro

ſtopi-

ſtopiwſzy w iednę maſſę, pytam po czemu na ow czas iedna iego grzywna przypadnie?

Multyplikuy *naprzod* grzywien 200 przez Złotych 74, potym grzywien 160 przez Złotych 68. Dwa produkta ztąd wynikaiące z ſobą dodawſzy, Summę generalną pokazuiącą ci cenę wſzyſtkiego owego ſrebra podziel przez 360, to ieſt przez Summę wſzyſtkich grzywien zebranych, a Wieloraz pokaże cenę iedney grzywny dwoiakiego owego ſrebra zmieſzanego, naſtępuiącym ſpoſobem:

```
   Grzywny  Złote
   200 X 74 = 14800
   160 X 68 = 10880
   ------
   36|0        |256,8|0| 71 † 1/3
               |252    |
               -----
                 --48
                   36
                 -----
                   12
```

Wieloraz tedy 71 † $\frac{1}{3}$ pokazuie, że zmieſzanego owego ſrebra, grzywna iedna będzie na po tym warta Złotych 71, y groſzy 10. Bo ieżeli grzywien 360 warte ſą Złotych 25680, coż grzywna 1? Podług Reguły Proporcyi wypadnie Złotych 71 † $\frac{1}{3}$.

Przykład drugi. Daymy że korzec pſzenicy ieſt po Złotych 12, korzec żyta po Złotych 9, ięczmienia po Złotych 6, zmieſzawſzy razem pſzenicy korcy 7, żyta korcy 5, ięczmienia korcy 2, pytam po czemu ieden korzec mixtury owey wypadnie?

Korce

	Korce		Złote		
Pszenicy	7	X	12	=	84.
Zyta	5	X	9	=	45.
Jęczmienia	2	X	6	=	12.
	14				141

$$141 : 14 = 10 \dagger \frac{1}{14}.$$
$$\begin{array}{r} 14 \\ \hline - - 1. \end{array}$$

Korzec ieden owey mixtury będzie kosztował Złotych 10, y coś więcey nad dwa grosze. Bo podług Reguły Proporcyi ieżeli za korcy 14 należy się Złotych 141, coż za korzec 1? mam Złotych $10 \dagger \frac{1}{14}$.

Y te dwa Przykłady dosyć będą na pokazanie sposobu, ktorym postępować sobie potrzeba w pierwszym rodzaiu Reguły Wiązania, to iest, gdy zmieszawszy razem trunki, towary, lub kruszcze rożney ceny, chcemy doyść sprawiedliwego części ich waloru. Co się zaś tycze drugiego rodzaiu Reguły Wiązania, to iest, gdy podług założoney ceny, rzeczy rożnych gatunkow mieszać potrzeba, ażeby mixturę z nich zrobioną za cenę owę sprzedać można. Na to następuiące przykłady widoczny sposob nam podadzą.

Przykład pierwszy. U Winiarza znayduią się dwa gatunki wina, iednego garniec po Złotych 20, drugiego po Złotych 15 ieżeli kto nie daie mu, tylko Złotych 17, a chce żeby mu podług proporcyi danych pieniędzy, z oboyga win ieden garniec dano, pytam ile Winiarz ow pierwszego, ile drugiego wina zmieszać powinien, ażeby mu dał garniec

wina w ſprawiedliwey do danych pieniędzy proporcyi?

Na rozwiązanie tego, y temu podobnych zadaniow, maſz dwie naſtępuiące Reguły.

Reguła pierwſza. Podłoż ceny iednego, y drugiego wina pod ſobą, to ieſt 20, y 15, a z boku na lewey ręce napiſz 17 liczbę danych pieniędzy, za ktore chceſz garniec wina dwoiakiego wziąć. To uczyniwſzy wiąż, czyli porownyway oſobno przez Subtrakcyą, *naprzod* cenę większą wina z danemi pieniędzmi, to ieſt 20, z 17, a 3, przewyſzkę *Differentiam* między niemi zachodzącą, położ na prawey ſtronie przy 15. *Powtore* wiąż cenę mnieyſzą 15 z temiż 17 danemi pieniędzmi, a przewyſzkę między niemi zachodzącą, to ieſt 2, położ na prawey ſtronie przy 20.

Reguła druga. Zbierz przewyſzki w iednę Summę, y Regułę Proporcyi powtorz tyle razy, ile ieſt Przewyſzek, to ieſt dwa razy w Przykładzie teraznieyſzym. W ułożeniu zaś Reguł Proporcyi za pierwſzy termin kładzie ſię Summa Przewyſzek, ktora tu ieſt 5, za drugi termin kładzie ſię garniec 1, a za trzeci termin każda Przewyſzka oſobno. Czego naſtępuiący maſz wizerunek.

	Ceny Win	*Przewyſzki*
	20	2
Pieniądze dane 17		
	15	3
Summa Przewyſzek		5

$5 . \ 1 :: 2 ? \ \frac{2}{5}.$

$5 . \ 1 :: 3 ? \ \frac{3}{5}.$

Tym

Tym ſpoſobem Regułę Proporcyi dwa razy powtorzywſzy, dla tego, że tylko dwie ceny wina, y dwie przewyſzki były, dochodzę na koniec, że z wina ktore ieſt po Złotych 20, wziąwſzy dwie z pięciu części iednego garca, a z wina, ktore ieſt po Złotych 15, wziąwſzy trzy z pięciu części iednego garca, będę miał $\frac{5}{5}$, to ieſt, garniec ieden wina takiego, ktorego ſprawiedliwa cena będzie *Zł.* 17.

Przykład drugi. Łot ſrebra iednego ieſt po Złotych 24, drugiego po Złotych 18, chcę mieć kilka łotow ſrebra, ale łot ieden po Złotych 20, pytam ile Złotnik z obu gatunkow ſrebra na ieden łot zmieſzać powinien, ażeby ten wart był Złotych 20?

	Złote	*Przewyſſki*
Danę Złote 20	24	2
	18	4
Summa Przewyſzek		6

6. 1 :: 2? $\frac{2}{6}$.
6. 1 :: 4? $\frac{4}{6}$.

Z ſrebra tedy po Złotych 24, wziąwſzy dwie z ſześciu, a z ſrebra po Złotych 18, wziąwſzy cztery z ſześciu części iednego łota, będzie miał $\frac{6}{6}$ to ieſt, łot ieden ſrebra za Złotych 20.

Kiedy zaś nie dwoch, ale więcey rzeczy ceny dane będą, trzeba brać zawſze po dwie cene uſtanowione, (z ktorych iedna koniecznie mnieyſza, druga więkſza nad dane pieniądze bydź powinna) y wiązać ie ſpoſobem wzwyż podanym z pieniędzmi danemi, tak żeby każda cena przynaymniey raz wią-

zana była. Chociaż zaś iednę cenę kilka razy weźmiesz na wiązanie iey z drugiemi, to bynaymniey nie szkodzi, a zwłaszcza w ten czas, kiedy tylko ta iedna cena nad dane pieniądze iest większa. Niech będą *naprzykład* cztery gatunki zboża: Pszenicy korzec po Złotych 14, Zyta po Złotych 11, Jęczmienia po Złotych 9, Owsa po Złotych 6, chcę mieć tych wszystkich gatunkow zboża korzec ieden za Złotych 10.

	Ceny	*Przewyższki*
	14	1
Dane Złote 10	11	4
	9	4
	6	1
Summa Przewyszek		10

10. 1 :: 1? $\frac{1}{10}$
10. 1 :: 4? $\frac{4}{10}$
10. 1 :: 4? $\frac{4}{10}$
10. 1 :: 1? $\frac{1}{10}$

W tym Przykładzie wiążę *naprzod* 14, y 9 ceny Pszenicy y Jęczmienia, z danemi 10 Złotemi, y mam przewyszki przy 14 iedno 1, przy 9 cztery 4, wiążę *powtore* ceny żyta y owsa, 11, y 6 z danemi 10 Złotemi, y mam Przewyszki 4 przy 11, a 1 przy 6. Toż zebrawszy wszystkie Przewyszki, y powtorzywszy Regułę Proporcyi cztery razy, dochodzę na koniec, że pszenicy iednę z dziesiąciu, żyta cztery z dziesiąciu, ięczmienia cztery z dziesiąciu, owsa iednę z dziesiąciu części iednego korca wziąwszy, mam $\frac{10}{10}$, to iest, korzec ieden tey mixtury, za Złotych 10.

Przykład drugi. Funt Szafranu przedaią za Złotych 30, Cynamonu za Złotych 24, Goździkow za Złotych 8, Herbaty za Złotych 14. Daie kto Złotych 25, ażeby mu za nie nic więcey, tylko funt ieden tych wszystkich korzeni przedano, pytam ile z każdego gatunku na ten ieden funt wmieszać potrzeba?

	Ceny	*Przewyżki*
	30	1. 17. 11.
Dane Złote 25	24	5
	8	5
	14	5
Summa Przewyszek		44

44. 1 :: 29? $\frac{29}{44}$
44. 1 :: 5? $\frac{5}{44}$
44. 1 :: 5? $\frac{5}{44}$
44. 1 :: 5? $\frac{5}{44}$

W tym Przykładzie, że tylko iedna cena, to iest Złotych 30, większa iest nad daną cenę Złotych 25, inne zaś trzy wszystkie są od daney ceny mnieysze, z tey przyczyny cenę 30, biorę z każdą z osobna z trzech cen następuiących, 5 wiążę z danemi 25 Złotemi; dla tego Summa Przewyszek pierwszey cenie 30, na prawey stronie położonych iest naywiększa, to iest 29, ponieważ tę pierwszą cenę 30, ze wszystkiemi następuiącemi cenami wiązałem. Powtorzywszy potym cztery razy Regułę Proporcyi sposobem wzwyż podanym, dochodzę na koniec, że wziąwszy Szafranu dwadzieścia dziewięć ze czterdziestu czterech, Cynamonu pięć ze czterdziestu

 czte-

czterech, Goździkow pięć ze czterdziestu czterech, Herbaty pięć ze czterdziestu czterech części iednego funta, wypadnie $\frac{44}{44}$, to iest funt ieden cały wszystkiego korzenia.

Doświadczenie należycie odprawioney Reguły Wiązania będziesz miał ztąd, ieżeli wszystkie części, z ktorych mixtura składa się, liczbą łamaną wyrażone, wyrownaią rzeczy całey, iako to po każdym Przykładzie widzieć się daie.

Okazanie niezawodności fundamentow na Regułę Wiązania podanych.

Summa Przewyższek, *Differentiarum*, ktoremi ceny założone rożnią się przez większość lub brak (*per excessum, vel defectum,*) od liczby śrzedniey daney, tak się ma do całey mixtury, iak się ma każda osobno Przewyszka, do każdey części teyże mixtury osobno wziętey. Z tey przyczyny w Regule Wiązania tyle razy powtarza się Reguła Proporcyi, ile iest Przewyszek, ktore dla tego kładą się naprzemian, ażeby brak ceny iedney mogł się nadgrodzić większością ceny drugiey.

Przestroga I. Z *ostatniego Przykładu rzecz oczywista iest, że każda cena przynaymniey raz wiązać, y porownywać się powinna z ceną daną pośrzedniczą, tudzież że iedna cena może się więcey razy wiązać, iako to iuż wyżey namieniło się.*

Przeſtroga II. *Wiązania czyli porownywania te mogą ſię dziać rożnemi ſpoſobami, byle tylko ſrzednią liczbę daną, zawſze wiążąc z dwoma cenami, iedną większą, drugą mnieyſzą od niey. Podług rożnego zaś wiązania, rożne wypadną tey, lub owey rzeczy części, w mixturę wchodzić maiące. Czego każdy przez właſne Przykłady doświadczyć może.*

PROPOZYCYA VII.

O Regule Domniemania, czyli fałſzywego założenia. Regula Poſitionis, vel falſi.

Reguła Domniemania, czyli fałſzywego założenia, *Regula falſi* ieſt ta, ktora przez założenie liczby fałſzywey, uczy dochodzić liczby rzetelney, ktoraby na zadanie zupełnie zadoſyć uczyniła. Reguła ta ieſt dwoiaka, iedna proſtego domniemania *Simplicis Poſitionis*, w ktorey iednę proſtą na rozwiązanie zadaniow bierzemy liczbę, y o tey w teraznieyſzey Propozycyi mowić będziemy. Druga Reguła ieſt dwoiakiego Domniemania, czyli dwoiakiego fałſzywego założenia, *Duplicis Poſitionis* o ktorey w *Propozycyi naſtępuiącey.*

Reguła Proſtego Domniemania, na trzech zaſadza ſię fundamentach.

I. Zakładam ſobie liczbę, ktorą zdatną bydź rozumiem na ſolwowanie kweſtyi, y ta zowie ſię założenie, *poſitio.*

II. Miarkuię, y roztrząſam, ieżeli liczba założona taka ieſt, iakiey mi potrzeba na rozwiązanie zadania uczynionego.

III. Widząc że liczba założona nieczyni zadosyć zadaney kweſtyi, układam Regułę Proporcyi, za ktorey pomocą liczby prawdziwey dochodzę. Rzecz tę naſtępuiące Przykłady naylepiey obiaśnią.

Przykład pierwſzy. Pewny umieraiąc legował na trzech Synowcow ſwoich 10000 Złotych, ztą kondycyą: ażeby pierwſzy wziął dwa razy tyle co drugi, a drugi trzy razy tyle co trzeci. Pytam ile każdy z nich wezmie? Daymy że pierwſzy wziął 600, drugi tedy podług zadaney kweſtyi wziął 300, a trzeci wziął 100. Uważam teraz ieżeli te wſzyſtkie Summy wynioſą 10000, bo gdyby wynioſſy 10000, tym ſamym zadaniu owemu ſtałoby ſię zadoſyć. Ale zebrawſzy ie w iedno, widzę że tylko czynią 1000. Zaczym dla doyścia prawdziwey liczby, ktorą wziął pierwſzy, układam ſobie Regułę Proporcyi, w ktorey za pierwſzy termin kładę liczbę, ktora z fałſzywego założenia wypadła, to ieſt 1000, za drugi termin kładę fałſzywe założenie, iakie było w tym razie 600, za trzeci termin piſzę liczbę zadaną, to ieſt 10000, a za czwarty termin powinna wypaść liczba rzetelna, na rozwiązanie uczynionego zadania.

Jak ſię ma 1000 do 600, tak ſię powinno mieć 10000 do 6000.

1000. 600 : : 10000
600
1 |000| 6000|000 |6000.

Pierwſzy tedy wezmie 6000, drugi 3000, a zatym trzeci 1000, podług kondycyi w uczynionym

nym zadaniu założonych, ktore wſzyſtkie parcyalne Summy dodawſzy, maſz 10000, a zatym uczynioney kweſtyi zupełnie zadoſyć ſię ſtało.

Przykład drugi. Piotra, Pawła, y Jana łata zebrane, czynią lat 100, lecz Paweł liczy trzykroć więcey nad Piotra, a Jan dwakroć więcey lat nad Pawła, pytam ile lat z nich każdy ma?

Daymy że Piotr ma lat 2, zaczym Paweł podług założoney kweſtyi, ma trzy razy więcey, to ieſt 6, a Jan dwa razy więcey nad Pawła, ma tedy lat 12, zebrane te wſzyſtkie lata czynią 20, a miało bydź ich 100, zaczym wzwyż podanym ſpoſobem ułożywſzy Regułę proporcyi.

20. 2 :: 100. 10

100

2|0 |2,0|0 |10

Wypadaiący czwarty termin proporcyonalny 10, wſkazuie mi lata Piotra. Bo ieżeli Piotr ma 10, tedy podług zadaney kweſtyi Paweł będzie mieć 30, a zatym Jan 60, ktore wſzyſtkie lata zebrane 10 † 30 † 60, czynią 100, podług uczynionego zadania.

Przykład trzeci. Pewny Kupiec ſpytany ileby wſzyſtkie towary iego warte były? odpowiedział: Ceny, ktorą wſzyſtkie towary moie wynoſzą wziąwſzy część trzecią, część czwartą, y część piątą, miałbyś Czerwonych Złotych 470. Rzecz oczywiſta ieſt, że tu taką Summę znaleść potrzeba, ktorey część trzecia, część czwarta, y piąta, uczynią Czerwonych Złotych 470.

Położmy tedy za tę Summę, *naprzykład* Czerwonych Złotych 60, ktorych część trzecia iest 20, część czwarta iest 15, część piąta iest 12. Zebrawszy teraz te wszystkie części to iest, 20 † 15 † 12, mam 47, lecz te części miały czynić 470. układam tedy Regułę Proporcyi następuiącym sposobem:

47. 60 :: 470. 600

y dochodzę, że towary owe wszystkie warte Czerwonych Złotych 600, ktorych trzecia część czyni 200, czwarta 150, piąta 120, a te części dodane, razem czynią Czerwonych Złotych 470.

Przykład czwarty. W pewnym Młynie są cztery kamienie, z ktorych pierwszy miele za godzinę korcy pięć, drugi korcy cztery, trzeci korcy dwa, czwarty korzec ieden, pytam ile godzin potrzeba, ażeby te wszystkie kamienie zmełły korcy 820?

Daymy że potrzeba godzin 5, za te pięć godzin pierwszy kamień zmiele korcy 25, drugi korcy 20, trzeci korcy 10, czwarty korcy 5. Zbieram teraz te wszystkie korce, ktore wynoszą korcy 60, ale mnie potrzeba korcy 820. Układam tedy Regułę Proporcyi następuiącym sposobem, ieżeli korcy 60 kamienie owe mielą za godzin 5 :: ile godzin potrzeba do zmielenia korcy 820?

Korcy Godzin Korcy Godzin
60. 5 :: 820. 68 † $\frac{1}{3}$

```
          5
 6|0   |41,0|0|    68 † 1/3
       |36    |
        -50
         48
         -2
```

na korcy tedy 820, potrzeba będzie godzin 68, y minut 20.

Demonſtracya. W Regule Domniemania iak ſię ma liczba z fałſzywego założenia wynikaiąca, do liczby fałſzywie założoney, tak ſię powinna mieć liczba dana rzetelna, do rzetelnego założenia. Zaczym grunt Reguły Domniemania zależy iedynie na porządnym ułożeniu w Proporcyą, terminow fałſzywego założenia, ażeby za położeniem terminu rzetelnego na trzecim mieyſcu, na czwarty termin mogło wypaść rzetelne, y trzeciemu terminowi proporcyonalne założenie.

PROPOZYCYA VIII.

O Regule dwoiakiego fałſzywego założenia. De Regula Duplicis Poſitionis.

Reguła dwoiakiego założenia, przez założenie dwoch fałſzywych liczb odprawuie ſię, y wiele ułatwia kweſtyi, ktorych przez iedno proſte założenie rozwiązać nie można, przeciwnie zaś, wſzyſtkie zadania z proſtego założenia, przez dwoiakie założenie z rowną ſnadnością ſolwować można. Na

kto-

ktorych zaś kwestyi rozwiązanie koniecznie dwoiakiego założenia potrzeba, informacya o tym w *Przestrodze* I dana będzie.

Reguły dwoiakiego założenia cztery są fundamenta.

I. Weś za Summę, ktorey szukasz iakąkolwiek liczbę, ktora się zowie założenie, *Positio*, y roztrząśniy ią, ieżeli zadaną kwestyą ułatwić może; ktorey gdy nieczyni zadosyć, błąd w założeniu teyże liczby popełniony napisz na prawey stronie tegoż założenia, lecz z tą rożnicą: że ieżeli błąd ow iest popełniony przez większe założenie, *per excessum*, nad Summę ktorey szukasz, powinieneś go pisać przy owym założeniu ze znakiem Addycyi † a ieżeli błąd ow iest popełniony, przez mnieysze założenie *per defectum* nad summę ktorey szukasz, powinieneś go pisać przy owym założeniu ze znakiem Subtrakcyi —, z ktorych znakow pierwszy † znaczy większość, drugi — znaczy brak.

II. Weż powtore za drugie założenie inną liczbę od pierwszey liczby założoney większą, lub mnieyszą, podług upodobania, a roztrząsnąwszy ią tymże samym, co pierwszą, sposobem, ieżeli y ta zadaney kwestyi nie czyni zadosyć, napisz przy niey rownie, iak przy pierwszey błąd, ze znakiem większości †, lub ze znakiem braku —, iak ci wypadnie. Jeżeli obydwa błędy popełnione są przez większość, albo gdy obydwa popełnione są przez brak, zowią się błędy podobne, *Errores similes*. Jeżeli zaś ieden błąd iest przez większość, a drugi przez brak, to iest ieden ze znakiem †, drugi ze znakiem —, zowią się błędy niepodobne *Dissimiles*.

III. Gdy błędy ſą ſobie podobne, multyplikuy założenie pierwſze, przez błąd założenia drugiego, y wzaiemnie założenie drugie multyplikuy przez błąd założenia pierwſzego; Toż zachodzącą między temi dwoma Produktami przewyſzkę, *Differentiam*, podzieliwſzy przez przewyſzkę zachodzącą między błędami, za Wieloraz wypadnie Summa rzetelna, ktorey ſzukaſz.

IV. Jeżeli zaś błędy ſą ſobie niepodobne *dissimiles*, tedy Produkta obydwa w iednę Summę zebrane, podziel przez błędy obydwa w iednę Summę znieſione, a Wieloraz wſkaże Summę rzetelną dotąd nie wiadomą. Fundamentow tych na Regułę dwoiakiego założenia podanych, maſz widoczny dowod w naſtępuiących Przykładach.

Przykład pierwſzy. Trzech Kawalerow zyſkali przy grze Czerwonych Złotych 47, lecz ztą rożnicą; że drugi wygrał piącioma więcey nad pierwſzego, a trzeci wygrał tyle, ile drugi, y nad to ieſzcze Czerwonych Złotych 10, pytam ile każdy z nich zyſkał?

Daymy że pierwſzy zyſkał Czerwonych Złotych 4, drugi tedy podług zadaney kweſtyi zyſkał Czerwonych Złotych 9, a zatym trzeci Czerwonych Złotych 19. Znoſzę teraz te wſzyſtkie parcyalne zyſki, to ieſt 4 † 9 † 19, y mam Czerwonych Złotych 32. Lecz ich powinno było bydź 47, błąd tedy w uczynionym założeniu popełniony ieſt przez brak *per defectum*, od Summy rzetelney na 15. Zaczym te 15 ze znakiem Subtrakcyi —, kładę na prawym boku założenia pierwſzego 4 to ieſt: *Założenie* 4, *Błąd* — 15.

Za-

Zakładam tedy powtornie inną liczbę na ułatwienie zadaney kwestyi, mniemaiąc *naprzykład*, że pierwszy z owych Kawalerow zyskał Czerwonych Złotych 7, drugi tedy podług zadaney kwestyi zyskał 12, a zatym trzeci zyskał 22. Znoszę teraz te parcyalne zyski, to iest 7 † 12 † 22, ktore wraz zebrane, czynią Czerwonych Złotych 41.

Tym czasem miało ich bydź 47, błąd tedy y tu w założeniu 7 popełniony iest przez brak *per defectum* od rzetelney Summy na Czerwonych Złotych 6. Zaczym y te 6 znakiem Subtrakcyi —, kładę na prawym boku założenia drugiego 7, to iest: *Założenie* 7, *Błąd* — 6.

A że w tey operacyi obydwa błędy są sobie podobne *Errores similes*, bo obydwa w założeniu popełnione przez brak, czyli przez mnieyszość od rzetelney Summy, zaczym podług informacyi daney w *Punkcie* III *tey Propozycyi*, multyplikuię założenie pierwsze, przez błąd założenia drugiego, to iest 4X6 = 24, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego, to iest 7X15 = 105, z ktorey multyplikacyi dwa wynikaiące produkta mnieyszy od większego odciągam, to iest 105 — 24, y mam zachodzącą między temi Produktami Przewyszkę, *Differentiam* 81, ktorą podzieliwszy przez 9, to iest przez Przewyszkę zachodzącą między dwoma błędami, (bo 15 — 6 = 9) mam wypadaiący Wieloraz 9, ktory pokazuie, że pierwszy Kawaler zyskał Czerwonych Złotych 9, drugi tedy zyskał Czerwonych Złotych 14, a zatym trzeci 24, ktore trzy zyski parcyalne dodawszy, to iest 9 † 14 † 24, mam Czer-

wonych

wonych Złotych 47, iaka Summa w daney kwestyi założona była. Całey tey operacyi masz krotki następuiący wizerunek.

Pierwsze założenie 4, *Błąd* — 15
Drugie założenie 7, *Błąd* — 6

Przewyszka Błędow 9.
Produkt założenia pierwszego z błędem założenia drugiego 4X6=24
Produkt założenia drugiego z błędem założenia pierwszego 7X15=105

Przewyszka Produktow 81.
Podzielenie Przewyszki Produktow, Wieloraz *przez Przewyszkę Błędow* 9|81| 9.

Przykład drugi. Pytagoras Filozof spytany wieleby miał Uczniow swoich? odpowiedział; że połowa ich uczy się Geometryi, czwarta część Filozofiy, siodma część pięcioletnie zachowuie milczenie, a procz tego ma trzech innych szczegulnieyszym sposobem sobie zaleconych, pytam ile wszystkich Uczniow owych było?

Daymy że Uczniow owych było 280. Połowa ich tedy będzie 140, czwarta część 70, siodma część 40.

Zbieram te wszystkie części to iest 140† 70† 40=250. do ktorych dodawszy 3, mam 253. Lecz ich miało bydź 280, błąd tedy popełniłem — 27 przez brak od Summy założoney.

Daymy powtore że Uczniow owych było 112, ktorych połowa będzie 57, czwarta część 28, sio-

dma 16. Te wſzyſtkie części wraz zebrane, to ieſt 56†28†16, czynią 100, a przydawſzy 3, czynią 103, lecz ich miało bydź 112, błąd tedy y tu popełniłem —9 przez brak od Summy założoney, a ponieważ błędy ſą ſobie podobne, to ieſt obydwa przez mnieyſzość, zaczym zmultyplikowawſzy założenie pierwſze przez błąd założenia drugiego, to ieſt 280X9=2520, a założenie drugie przez błąd założenia pierwſzego, to ieſt 112X27=3024, odciągam produkt mnieyſzy 2520, od produktu więkſzego 3024, a przewyſzkę między niemi zachodzącą 504 dzielę przez 18, to ieſt przez przewyſzkę między błędami 27—9 zachodzącą, z ktorey Dywizyi Wieloraz 28 wſkazuie owych Uczniow Pitagoreſa liczbę. Bo 28 połowa ieſt 14, czwarta część 7, ſiodma część 4, ktore wſzyſtkie części dodane 14†7†4, czynią 25, a przydawſzy 3, czynią 28.

Założenie pierwſze 280, *Błąd*—27
Założenie drugie 112, *Błąd*— 9

Przewyſzka Błędow 18

Produkt założenia pierwſzego z błędem założenia drugiego 280X9=2520

Produkt założenia drugiego z błędem założenia pierwſzego 112X27=3024

Przewyſzka między Produktami 504

Podzielenie Przewyſzki Produktow Wieloraz *przez Przewyſzkę Błędow* 18 | 504 | 28.

Przykład trzeci. Pewny ſpoyrzawſzy na kieſkę przyiaciela ſwego, rzecze mu: zdaie mi ſię że

w tey

w tey kieſce maſz 100 Czerwonych Złotych, ktoremu drugi odpowiedział, myliſz ſię, ale gdybym miał tyle dwoie co mam, y czwartą część tego, y gdybyś mi ieſzcze z twoich pieniędzy przydał Czerwony Złoty 1, w ten czas dopiero Summa moich pieniędzy wynioſłaby Czerwonych Złotych 100.

Daymy że miał Czerwonych Złotych 48, do ktorych przydawſzy drugie tyle, to ieſt 48, y czwartą część tego, to ieſt 12, y procz tego ieſzcze Czerwony Złoty 1, mam wſzyſtkich ogołem 48 † 48 † 12 † 1, Czerwonych Złotych 109. Lecz ich miało bydź ſpełna 100, błąd tedy popełniony ieſt przez więkſze założenie nad Summę zadaną † 9.

Daymy powtore że miał Czerwonych Złotych 40, do ktorych przydawſzy drugie 40, y czwartą część 10, y 1, mam wſzyſtkich 91, miało ich zaś bydź 100, błąd tedy w założeniu ſtał ſię przez mnieyſzość nad Summę rzetelną — 9.

W tym Przykładzie, że błędy wypadły przez znaki przeciwne, bo błąd pierwſzy ze znakiem †, a błąd drugi ze znakiem —. Zaczym podług informacyi daney w *Punkcie* IV *tey Propozycyi*, multyplikuię *naprzod* założenie pierwſze przez błąd założenia drugiego, to ieſt 48X9 = 432, a założenie drugie przez błąd założenia pierwſzego, to ieſt 40X9 = 360. Toż Summę z tych Produktow zebraną 432 † 360 = 792, podzieliwſzy przez Summę błędow, to ieſt przez 18, Wieloraz 44 pokazuie, że pieniędzy owych w kieſce było Czerwonych Złotych 44, do ktorych przydawſzy drugie tyle, to ieſt

44, y czwartą część 11, y procz tego 1, mam 100 Summę w zadaney kwestyi wyrażoną.

Pierwsze założenie 48. *Błąd* † 9
Drugie założenie 40, *Błąd* — 9

Summa Błędow, 18.

Produkt założenia pierwszego z błędem założenia drugiego 48X9=432
Produkt założenia drugiego z błędem założenia pierwszego 40X9=360

Summa Produktow 792

Podzielenie Summy Produktow przez Summę Błędow 18 | 792 | 44. Wieloraz

Przykład czwarty. W pewney Fortecy byli na załodze Francuzi, Szwaycarowie, y Niemcy. Liczba Francuzow wziętych w raz z Szwaycarami czyniła - - - - - - - 5000
Liczba Szwaycarow z Niemcami - - 7000
A Liczba Francuzow z Niemcami - - 6000.
Pytam ile z każdego Narodu Zołnierzy było, tudzież ile było wszystkich wraz wziętych?

Daymy że Francuzow było - - 1600
Szwaycarow tedy powinno było bydź - 3400
A Niemcow - - - - - - - 3600.

Francuzi więc z Szwaycarami, czynią 5000, Szwaycarowie z Niemcami, czynią 7000, y dotąd kondycyom zadaney kwestyi stało się zadosyć.

Ale Francuzi z Niemcami: czynią tylko 5200, powinni zaś byli czynić 6000. Błąd tedy stał się w założeniu na 800, przez mnieyszość od Summy potrzebney, to iest — 800.

Biorę

Biorę tedy na drugie założenie Francuzow 1800, toć Szwaycarow powinno bydź 3200, a Niemcow 3800. W tym drugim założeniu, Francuzi z Szwaycarami, czynią 5000, Szwaycarowie z Niemcami czynią 7000, ale Francuzi z Niemcami czynią tylko 5600, a powinni byli czynić 6000. Błąd tedy y tu popełniony iest na 400 przez mnieyszość od Summy założoney, to iest — 400.

A że błędy obydwa są sobie podobne przez brak od Summy potrzebney. Zaczym zmultyplikowawszy założenie pierwsze, przez błąd założenia drugiego 1600X400 = 640000, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego 1800X800 = 1440000. Przewyszkę 800000 (bo 1440000 — 640000 = 800000) dzielę przez 400, to iest przez Przewyszkę zachodzącą między błędami (bo 800 — 400 = 400 a Wieloraz 2000 pokazuie liczbę Francuzow. Jeżeli tedy Francuzow było 2000, toć Szwaycarow musiało bydź 3000, a Niemcow 4000, a zatym podług zadaney kwestyi Francuzi z Szwaycarami 2000 † 3000 = 5000, Szwaycarowie z Niemcami 3000 † 4000 = 7000, Francuzi z Niemcami 2000 † 4000 = 6000.

Wszyscy zaś wraz wzięci Francuzi Szwaycarowie y Niemcy, czynią 9000.

Założenie pierwsze	1600	*Błąd* —	800
Założenie drugie	1800	*Błąd* —	400
		Przewyszka Błędow	400

Produkt założenia pierwßego z błędem założenia drugiego 1600X400 = 640000
Produkt założen. drugiego z błędem założenia pierwßego 1800X800 = 1440000

Przewyßka między Produktem 800000
Podzielenie Przewyßki Prod. przez Wieloraz
Przewyßkę Błędow 4|00 |8,000 | 00 | 2000.

Przeſtroga I. *Ktora zaś kweſtya przez iedno proſte założenie ułatwiona bydź nie może, ale na rozwiązanie iey koniecznie dwoiakiego założenia potrzeba, naſtępuiącym ſpoſobem nayłepiey poznaß. Ilekolwiek do zadaney kweſtyi przyłączona ieſt, iaka pewna, y determinowana liczba, ktorą do fałßywego założenia przydać potrzeba, tyle razy Reguła dwoiakiego założenia bydź ma zażyta. Tak* w Przykładzie pierwſzym tey Propozycyi *liczby* 5, *y* 10, *ktore do uczynionego założenia przydać potrzeba, wſkazuią że kweſtya owa przez Regułę dwoiakiego założenia rozwiązana bydź powinna,* w Przykładzie drugim *Uczniow* 3, w Przykładzie trzecim *Czerwony Złoty* 1, w Przykładzie czwartym *Francuzow z Szwaycarami, Szwaycarow z Niemcami, y Niemcow z Francuzami determinowana liczba, Regułę dwoiakiego założenia znaczą.*

Nie przeczę że ſą niektore kweſtye, ktore y w tym razie przez Regułę proſtego założenia rozwiązać można, iaka ieſt kweſtya y w Przykładzie drugim *o Uczniach Pytagoreſowych zadana, z tym wßyſtkim y między temi ießcze kweſtyami*

rożne

rożne zakładać excepcye, za rzecz mniey potrzebną ſądzę, iednę powſzechną między niemi uſtanowiwſzy rożnicę, od ktorey przez partykularne uchylaiąc ſię excepcye, nie zawſze moglibyśmy ſię błędu uſtrzedz.

Przeſtroga II. *Na to zaś w Regułach proſtego, y dwoiakiego założenia, wzgląd naywiękſzy mieć potrzeba, ażeby za pierwſze założenia takich liczb dobierać, ktoreby były do ułatwienia uczynioney kweſtyi nayzdatnieyſze, y ſpełna na rożne części, dzielić ſię mogące, bez Frakcyi. Inaczey albowiem trudności, y zamatwania w Operacyach uchronićbyśmy ſię nie mogli. Procz tego potrzeba dobierać na pierwſze założenia liczb iak naymnieyſzych można, czym w multyplikacyi, w znoſzeniu, y w dywizyi, niemało ſobie trudności oſczędziemy.*

Przeſtroga III. Demonſtracyę *Reguł na dwoiakie założenie podanych naywłaściwſzą mieć można z Algebry. Inne zaś Demonſtracye, ktore Rachmiſtrze zkąd inąd alleguią, ſą nader długie, y zamatwane, ktore tu zatym pomiiam.*

PROPOZYCYA IX.

Danym dwom liczbom, trzecią liczbę proporcyonalną wynaleść.

Multyplikuy drugą liczbę przez ſiebie ſamę, czyli (co iedno ieſt,) zrob z niey Kwadrat, a Produkt z tey multyplikacyi wypadaiący podzieliwſzy przez liczbę pierwſzą, za Wieloraz wyniknie trze-

cia liczba, danym dwom liczbom proporcyonalna. Niech będą *naprzykład* dane dwie liczby 2. 8, do ktorych trzeciey liczby proporcyonalney szukam. Multyplikuię 8X8 a produkt 64, podzieliwszy przez 2 mam 32, trzeci termin proporcyonalny gdyż ∺ 2. 8. 32, bo iako 2 w 8, tak 8 w 32, cztery razy spełna mieści się. Fundament tego masz w *Lemma* I.

Przestroga. *Jeżeli dane dwie liczby będą między sobą pierwsze* numeri inter se primi, *to iest, ieżeli ieden w drugim spełna kilkakroć brać się nie może, tedy trzecia liczba proporcyonalna, nie w samey liczbie Całkowitey, ale z przyłączoną Frakcyą wypadnie. Tak dawszy dwie liczby* 2, 5, *znayduię* przez tę Propozycyą *trzecią liczbę proporcyonalną* 12 † $\frac{1}{2}$, *to iest* ∺ 2. 5. 12 † $\frac{1}{2}$.

PROPOZYCYA X.

Między dwiema danemi liczbami, śrzednią liczbę proporcyonalną wynaleść.

Srzednia liczba proporcyonalna między dwiema danemi liczbami nazywa się ta, ktora tak się ma do iedney z liczb danych, iako wzaiemnie druga z liczb danych ma się do niey, tak: żeby obydwie dane liczby były po kraiach, a liczba wynaleźiona we śrzodku między niemi znaydowała się, a zatym raz wzięta była iako *Consequens* względem liczby pierwszey, drugi raz iako *Antecedens* względem liczby trzeciey.

Niech będą dane dwie liczby 4 y 16, między ktoremi szukam liczby śrzedniey poporcyonalney.

Mul-

Multyplikuy te dwie dane liczby między ſobą, a z Produktu wyciągniy Scianę Kwadratową, ta będzie oraz ſrzednim terminem między danemi dwoma liczbami proporcyonalnym. Tak $4 \times 16 = 64$, z tych 64 wyciągnąwſzy Scianę Kwadratową 8, ta będzie między 4 y 16, ſrzednim terminem proporcyonalnym to ieſt ∻ 4. 8. 16, bo iako 4. 8. tak 8. 16. Fundament tego maſz w *Lemma* I.

Przeſtroga I. *Jeżeli Produkt danych dwoch liczb nie ieſt rzetelny Kwadrat, ani Sciany Kwadratowey prawdziwey wyciągnąć z niego nie można bez reſzty, tedy między takiemi liczbami ſrzedniey liczby proporcyonalney znaleść żadną miarą nie można. Bo daymy* naprzykład 2. 5, *będzie tedy* $2 \times 5 = 10$, *a* $\sqrt{}^{2}\,10 = 3\frac{1}{6}$ *przez* Propozycyą II Rozdziału III, *a zatym byłyby w Proporcyi ciągnioney* ∻ 2. $3\frac{1}{6}$. 5, *co ieſt fałſz. Bo zredukowawſzy te wſzyſtkie liczby do iednego Denominatora przez* Propozycyą III Rozdziału II, *będzie* $\frac{12}{6}$. $\frac{19}{6}$. $\frac{30}{6}$, *a przez* Punkt III Propozycyi IV Rozdziału IV, 12. 19. 30, *ktore terminy żadną miarą między ſobą proporcyonalne bydź nie mogą.*

Przeſtroga II. *Ze zaś każdy Kwadrat można brać, niby multyplikowany przez iedno* 1, *zatym idzie, że Sciana Kwadratowa ieſt ſrzednią liczbą proporcyonalną między iednym, y ſwoim właſnym Kwadratem, tak* 4 *Sciana Kwadratowa* 16, *ieſt ſrzednia liczba proporcyonalna między* 1, *y* 16, *a zatym* ∻ 1. 4. 16, *ſą względem ſiebie w Proporcyi ciągnioney. Bo* 1. 4 :: 4. 16.

PROPOZYCYA XI.

Między dwoma danemi liczbami, dwie liczby śrzednie proporcyonalne wynaleść.

Kwadrat pierwszey liczby daney multyplikuy przez liczbę drugą, a z Produktu wyciągniona Sciana Sześciogranna, pokaże pierwszą śrzednią liczbę proporcyonalną. Podobnież Kwadrat drugiey liczby multyplikuy przez pierwszą liczbę daną, a z Produktu wyciągniona Sciana Sześciogranna pokaże drugą śrzednią liczbę proporcyonalną. Tak chcąc znaleść między dwiema danemi liczbami 2 y 16, dwa terminy śrzednie proporcyonalne, *naprzod* 4 Kwadrat z 2 multyplikuy przez 16, a z Produktu 64 wyciągnąwszy Scianę Sześciogranną 4, ta iest pierwszą śrzednią liczbą proporcyonalną, *powtore* 256 Kwadrat z 16 drugiey liczby daney, multyplikuy przez 2, a z Produktu 512 wyciągnąwszy Scianę Sześciogranną 8, ta iest drugą śrzednią liczbą proporcyonalną między 2 y 16. A zatym 2, 4, 8, 16, maią między sobą proporcyą ciągnioną, gdyż iak się maią 2 do 4, tak się maią 4 do 8, a iak się maią 4 do 8, tak się maią 8 do 16.

Przestroga. *Jeżeli z Produktu Kwadratu iedney liczby multyplikowanego przez liczbę drugą, Sciany Sześciogranney bez Frakcyi wyciągnąć nie można, tedy między takiemi liczbami srzednie liczby proporcyonalne żadną miarą wynalezione bydź nie mogą, iako się w* Przestrodze I po Propozycyi poprzedzaiącey *powiedziało.*

PRO-

PROPOZYCYA XII.

W ktorey czyni ſię zadoſyć niektorym potrzebnym Zadaniom przez Reguły Arytmetyczne w tym Rozdziale podane.

ZADANIE I. Piotr winnym będąc Janowi 3432 Złotych, uſtępuie mu Kamienicy, od ktorey naięcia brał corocznie 800 Złotych, pytam wiele lat Jan Kamienicę owę w długu ſwoim wytrzymować powinien?

Ułoż Regułę Proporcyi naſtępuiącym ſpoſobem, ieżeli za Złotych 800 Kamienicca owa naymuie ſię na Rok ieden, a za Złotych 3432 na wiele lat naięta będzie? 800. 1 :: 3432. $4 \dagger \frac{29}{100}$. Czwarty termin wypadaiący pokazuie że na lat 4 y dwadzieścia dziewięć ze ſtu części piątego Roku, co czyni dni około 105.

ZADANIE II. Kupiec łożył Czerwonych Złotych 500 na kupienie pewney materyi, ktorey było łokci 400, a chcąc zyſkać na Kapitale ſwoim Czerwonych Złotych 80, pytam za iaką cenę łokieć ieden przedawać powinien?

Złącz zyſk założony 80 z pieniędzmi łożonemi na towar $80 \dagger 500 = 580$, a potym ułoż Regułę Proporcyi tak: Jeżeli za łokci 400 chcę mieć Czerwonych Złotych 580, coż będę miał za łokieć 1? y wypadnie coś mniey nad pułtora Czerwonego Złotego:

400. 580 :: 1. $1 \dagger \frac{9}{20}$.

ZADANIE III. Pewny Pan ſprzedał Pałac za Czerwonych Złotych 9072, za ktory był zapłacił

Czerwonych Złotych 8400, pytam ile na każdym ſtu zyſkał?

Ułoż Regułę Proporcyi tak: ieżeli 8400 wnioſły 9072, coż wnioſło każde 100? y wypada za czwarty termin proporcyonalny 108. Na każdym tedy ſtu zyſkał Czerwonych Złotych 8:

8400. 9072 :: 100. 108.

ZADANIE IV. Jan ma wypłacić Pawłowi w lat trzy Czerwonych Złotych 660, to ieſt na Rok każdy Czerwonych Złotych 220. Z tym wſzyſtkim Summę tę ofiaruię ſię natych miaſt kredytorowi oddać, ieżeliby mu 10 na każdym 100 relaxował; pytam ile wypłacić będzie powinien?

Przyłącz zyſk 10 do 100 = 110, a Regułę Proporcyi powtarzaiąc trzy razy, (ile ieſt lat) mow: *naprzod* ieżeli 110 zamienia ſię w 100, czyli przez *Propozycyą* IV *tego Rozdziału*, ieżeli 11 zamieniaią ſię w 10. w coż ſię zamienią pierwſzego Roku 220, y maſz 200. *Powtore.* Jeżeli 11 zamieniaią ſię w 10, w coż ſię zamieniaią drugiego Roku 200? y maſz $181\frac{9}{11}$. *Potrzecie.* Jeżeli 11 zamieniaią ſię w 10, w coż ſię zamienią trzeciego Roku $181\frac{9}{11}$? y maſz $165\frac{95}{121}$. Zbierz teraz wſzyſtkie trzy, ktore wypadły czwarte terminy proporcyonalne, to ieſt 200 † $181\frac{9}{11}$ † $165\frac{35}{121}$, a te pokażą Summę Czerwonych Złotych 547 † $\frac{13}{121}$, ktorąby podług założoney kondycyi Jan Pawłowi powinien wypłacić.

Przeſtroga I. *Pomniy że w tey y w innych tego rodzaiu kweſtyach, nie można mowić, ieżeli 100 zamieniaią ſię w 90, w coż ſię zamienią*

220?

220? *ale potrzeba koniecznie dodać zyſk* 10 *do* 100, *gdyż w tym razie o nic więcey nie idzie, tylko o znieſienie prowizyi. Z tey przyczyny taż prowizya* 10 *dodaie ſię do Kapitału* 100, *ażebyśmy mieli* 110 *pierwſzy termin Reguły złotey.*

ZADANIE V. Bierze kto na kredyt Czerwonych Złotych 500 z prowizyą 10 od 100 na Rok, z tą kondycyą; że ieżeli nie wypłaci coroczney prowizyi ta będzie wchodzić w Kapitał, z nową od niey y od Kapitału razem prowizyą. Stało ſię że przez całe trzy lata nic niewypłacił, pytam ſię ile mu Kapitału owego razem z prowizyą od prowizyi urosło?

Przyłącz 10 do 100, maſz 110, toż przez Regułę Proporcyi mow: *naprzod* ieżeli za Czerwonych Złotych 100, należy ſię Czerwonych Złotych 110, czyli ieżeli za 10 należy ſię 11, coż za 500? y maſz 550, to ieſt 500 Kapitału, 50 Prowizyi. *Powtore.* Jeżeli za 10, należy ſię 11, coż za 550? y maſz 605. *Potrzecie.* Jeżeli za 10, należy ſię 11, coż za 605? maſz 665 † ½ Summę, ktorą za Kapitał, za prowizyą od Kapitału, y za prowizyą od prowizyi, po trzech leciech wypłacić potrzeba będzie.

Ztąd wnieſieſz że Kapitał dany, iaki tu ieſt 500, y Summy naſtępuiące przez Regułę Proporcyi wynaleźione, ſą względem ſiebie w Proporcyi ciągnioney, tak: ∺ 500. 550. 605. 665 † ½, gdyż między wſzyſtkiemi taż ſama zachodzi Proporcya, co między 10, y 11.

Prze-

Przeſtroga II. *Prowizya o ktorey w tym oſtatnim Zadaniu mowa była, rzeczona lichwa od lichwy, czyli lichwa żydowſka, Prawem ieſt zakazana.*

ROZDZIAŁ VI.

O Progreſſyach, czyli ſkokach Arytmetycznych, y Geometrycznych, y o ich Regułach.

De Progreſſionibus Arithmeticis & Geometricis.

Progreſſya czyli ſkok w liczbach nic innego nie ieſt, tylko nieprzerwany ſzereg liczb wielu, w iedneyże do ſiebie będących proporcyi, y tenże ſam wzgląd do ſiebie maiących. Jeżeli więkſzość, lub mnieyſzość, *exceſſus vel defectus*, ktoremi ſię terminy ciągnących ſię liczb, wiążą między ſobą, będą też ſame, rowne, y iednoſtayne, iako *naprzykład* 1, 3, 5, 7, 9, gdzie każdy termin naſtępuiący dwoma ieſt więkſzy nad poprzedzaiący ſwoy termin, alboli też 15, 12, 9, 6, 3, gdzie każdy termin naſtępuiący trzema ieſt mnieyſzy od terminu poprzedzaiącego, tedy Progreſſya takowa zowie ſię ſkokiem, czyli Progreſſyą Arytmetyczną, *Progreſſio Arithmetica.* Jeżeli zaś terminy owe, maią między ſobą ciągnioną Proporcyą Geometryczną, tak iak ſię w poprzedzaiącym Rozdziale powiedziało, tedy wzgląd ten między niemi nazywa ſię ſkokiem, czyli Progreſſyą Geometryczną, *Progreſſio Geometrica.*

Regu-

Reguły obydwu tych Progreſſyi, z ktorych o każdey z oſobna mowić będziemy, do tego naywięcey zmierzaią, ażeby wſzyſtkich, ilekolwiek bydź ich może terminow ſzereg, krotko y bez naprzykrzoney w przydłużſzych Rachunkach tęſknicy, w iednę Summę znoſić umieliśmy.

Oprocz Proporcyi Arytmetyczney y Geometryczney ieſt ieſzcze trzecia Proporcya Harmoniczna czyli muzyczna, kiedy trzy terminy tak ſą ułożone, ażeby iak ſię ma termin naywiękſzy do naymnieyſzego, tak ſię miała przewyſzka (*differentia*) między terminem naywiękſzym y śrzednim zachodząca, do przewyſzki między terminem śrzednim y naymnieyſzym będącey, iako *np.* w trzech liczbach: 12, 8, 6, iak ſię ma 12, termin naywiękſzy do 6, terminu naymnieyſzego, tak ſię ma 4, przewyſzka między terminem naywiękſzym y śzrzednim do 2, ktore ſą przewyſzką między terminem śzrzednim y naymnieyſzym. Wiedzieć zaś potrzeba że ilekroć ieſt wzmianka proporcyi bez dołożenia iakiey? tylekroć rozumieć zawſze potrzeba proporcyą Geometryczną.

O Skokach czyli Progreſſyach Arytmetycznych. De Progreſſionibus Arithmeticis.

LEMMATA.

LEMMA I. W Progreſſyi Arytmetyczney z ilukolwiek terminow ſkładaiącey ſię, Summa terminow kraynych, to ieſt zebranie w iednę kwotę

pier-

pierwſzego y oſtatniego terminu, rowna ſię Summie dwoch terminow, od tychże krain rownie odległych. Tak w ſześciu naſtępuiących terminach Progreſſyi Arytmetyczney

1, 3, 5, 7, 9, 11,
1†11=3†9=12,
1†11=5†7=12.

LEMMA II. W Progreſſyi Arytmetyczney, w ktorey terminy nie ſą do pary, Summa kraynych terminow, albo dwoch ktorychkolwiek terminow, rownie od krain ſwoich odległych, dwa razy większa ieſt nad termin śrzedni. Tak w naſtępuiącey Progreſſyi

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13,

Summy 1 a 13, 3 a 11, 5 a 9, zawſze dwakroć ſą większe od 7, liczby w ſamym śrzodku daney Progreſſyi będącey.

LEMMA III. W każdey Progreſſyi Arytmetyczney, termin ktorykolwiek wzięty zamyka w ſobie, termin pierwſzy to ieſt, termin naymnieyſzy, y przewyſzkę, ktora między terminami zachodzi, tyle razy wziętą, ile ieſt terminow od pierwſzego terminu aż do niego. Tak w naſtępuiącey Progreſſyi.

1, 3, 5, 7, 9, 11;

Termin czwarty tey Progreſſyi 7, zamyka w ſobie pierwſzy termin 1, y przewyſzkę 2, ktora w tym razie między terminami zachodzi, trzy razy wziętą, tak: 7=1†2†2†2=7. Podobnymże ſpoſobem 9, termin piąty, zamyka w ſobie pierwſzy termin 1 y przewyſzkę 2 cztery razy wziętą,

bo 9

bo 9 = 1†2†2†2†2 = 9, rownie y 11 termin ſzoſty, zamyka w ſobie termin pierwſzy 1, y przewyſzkę 2 pięć razy wziętą bo 11 = 1†2†2†2†2 †2 = 11.

Ztąd wnieś, że ieżeli przez przewyſzkę między terminami w Progreſſyi Arytmetyczney zachodzącą, zmultyplikuieſz liczbę terminow wſzyſtkich procz pierwſzego, a do Produktu dodaſz termin pierwſzy naymnieyſzy, tedy wypadnie naywiękſzy termin w owey Progreſſyi. Tak w *poprzedzaiącym Przykładzie* przez przewyſzkę 2, zmultyplikowawſzy liczbę terminow ktorych ieſt procz pierwſzego 5, a do produktu dodawſzy pierwſzy naymnieyſzy termin 1, będzieſz miał 11, termin naywiękſzy w owey Progreſſyi, bo 2X5 = 10, a 10†1 = 11.

PROPOZYCYA I.

Gdy dane będą, naymnieyſzy y naywiękſzy, to ieſt pierwſzy y oſtatni w Progreſſyi Arytmetyczney terminy, y liczba wſzyſtkich terminow, znaleść wſzyſtkich owych terminow Summę generalną.

Złącz termin naymnieyſzy z naywiękſzym, a Summę zmultyplikowawſzy przez połowę wſzyſtkich terminow, Produkt ztąd wynikaiący pokaże Summę generalną całey owey progreſſyi.

Przykład. Chcę wiedzieć wiele czynią wſzyſtkie uderzenia godzin na Zegarze, zacząwſzy od pierwſzey aż do dwunaſtey, w ktorym biciu zegarow ieſt Progreſſya Arytmetyczna liczb naturalnym

porząd-

porządkiem idących 1, 2, 3, 4, 5, &c. W tey Progressyi naymnieyszy termin iest 1, naywiększy 12, wszystkich terminow Progressyi iest także 12. Zatym podług Reguły wyżey podaney, naymnieyszy termin 1, złączywszy z naywiększym terminem 12, mam 13, ktorą Summę zmultyplikowawszy przez połowę terminow wszystkich, to iest przez 6, 13X6, produkt 78, wskazuie wszystkie uderzenia godzin na zegarze od pierwszey, aż do dwunastey, Produkt ten 78 podwoiwszy, mam uderzenia na zegarze przez cały dzień naturalny 78X2=156.

Reguła ta gruntuie się na *Lemma* I, przez ktore, że Summa terminow kraynych rowna iest ktorymkolwiek dwom terminom od tychże krain rownie odległym, z tey przyczyny, Produkt z pierwszego y ostatniego terminu, przez połowę terminow zmultyplikowanego, koniecznie rowny bydź musi Summie wszystkich terminow w progressyi będących, multyplikacya albowiem nic innego nie iest, tylko Addycya kilkakroć powtorzona.

Ztąd wnieś, że ieszcze Summę całey Progressyi Arytmetyczney będziesz miał, *naprzod* ieżeli przez połowę Summy z pierwszego y ostatniego terminu zebraney, liczbę wszystkich terminow zmultyplikuiesz. *Powtore*. Jeżeli Summę pierwszego y ostatniego terminu, przez całą liczbę terminow zmultyplikowawszy produkt, podzielisz przez 2. *Potrzecie*. A że w Progressyi Arytmetyczney terminow nieparzystych, termin śrzedni rowny iest połowie Summy z pierwszego y z ostatniego terminu zniesioney, podług

podług *Lemma* II, ztąd idzie, że przez termin śrzedni zmultyplikowawszy liczbę terminow nieparzystych, produkt da Summę wszystkich terminow Progressyi.

PROPOZYCYA II.

Gdy dane będą, termin naymnieyszy y naywiększy, y liczba terminow w Progressyi Arytmetyczney, znaleść przewyszkę, między terminami owey Progressyi.

Od naywiększego terminu odciągniy termin naymnieyszy, a resztę podzieliwszy przez liczbę terminow iednym zmnieyszoną, Wieloraz wskaże przewyszkę między terminami progressyi. Tak w *Przykładzie z poprzedzaiącey Propozycyi*, o uderzeniach zegaru od pierwszey do dwunastey, od naywiększego terminu 12, odciągniy termin naymnieyszy 1, a resztę 11 podzieliwszy przez liczbę terminow iednym zmnieyszoną, to iest przez 12 — 1 = 11, Wieloraz 1, pokazuie przewyszkę w progressyi tey zachodzącą, to iest: że każdy następuiący termin od terminu poprzedzaiącego iednym, iest większy.

Fundament tey prawdy gruntuie się na *Lemma* III. Bo 12 zamyka w sobie naymnieyszy termin 1, y procz tego przewyszkę tyle razy wziętą, ile iest terminow w progressyi, zacząwszy od 1, aż do 12, to iest 11, a zatym odciąwszy termin naymnieyszy, reszta zamyka w sobie tyle razy przewyszkę, ile iest terminow progressyi, zmnieyszonych iednym 1, z tey przyczyny resztę owę podzieliwszy

przez liczbę terminow iednym zmnieyszoną, przewyszka między terminami zachodząca wypaść powinna.

PROPOZYCYA III.

Gdy dane będą, termin naymnieyszy, przewyszka, y liczba terminow, znaleść termin naywiększy.

Przez przewyszkę multyplikuy daną liczbę terminow iednym zmnieyszoną, a do produktu dodawszy termin naymnieyszy, Summa ztąd wynikaiąca będzie naywiększym terminem.

Przykład. Hetman pewny zdobycz przy dobyciu Miasta wziętą, każe dzielić między 40 Zołnierzy, ktorzy pierwsi wpadli do Fortecy, ztą kondycyą: ażeby ostatni wziął Czerwonych Złotych 100, przed ostatni 130, trzeci od końca 160, y tak daley w progressyi z przewyszką 30, pytam ile pierwszemu z nich przypadło? W tym Przykładzie naymnieyszy termin iest 100, przewyszka 30, liczba terminow 40, zmultyplikowawszy tedy przez liczbę terminow iednym zmnieyszoną, to iest przez 39 przewyszkę 30, a do produktu 1170, przydawszy termin naymnieyszy 100, masz w progressyi tey, termin naywiększy 1270, ile Czerwonych Złotych pierwszemu z owych 40 Zołnierzy w nadgrodę dostało się. Fundament tego masz w *Lemma* III.

PRO-

PROPOZYCYA IV.

Gdy dane będą, termin naymnieyſzy, y termin naywiękſzy, y przewyſzka między terminami, znaleść liczbę wſzyſtkich terminow w progreſſyi Arytmetyczney.

Od terminu naywiękſzego odciągniy termin naymnieyſzy, a reſztę podzieliwſzy przez przewyſzkę, Wieloraz iednym powiękſzony liczbę wſzyſtkich terminow pokaże.

Przykład pierwſzy. Zakupił kto pewną liczbę Xiąg tak: że za pierwſzą Xięgę płacił groſzy 2, za drugą groſzy 4, za trzecią groſzy 6, y tak daley w progreſſyi przez 2 roſnącey, za oſtatnią zapłacił groſzy 400, pytam ile Xiąg zakupił? Odciągniy naymnieyſzy termin 2, od terminu naywiękſzego 400, a reſztę 398 podzieliwſzy przez przewyſzkę 2, wypada Wieloraz 199, ktory powiękſzywſzy iednym maſz 200 liczbę wſzyſtkich terminow, to ieſt Xiążek ktorey ſzukałeś.

Przykład drugi. Pewny Rzemieślnik zgodził ſię od roboty tak: żeby mu od niey pierwſzego dnia płacono groſzy 20, drugiego groſzy 25, trzeciego groſzy 30, y tak daley w progreſſyi przez przewyſzkę 5 roſnącey. Stało ſię, że dnia oſtatniego ſkończywſzy robotę wziął groſzy 165; pytam ile dni na owey robocie ſtrawił? Odciągniy termin naymnieyſzy 20, od terminu naywiękſzego 165, a reſztę podzieliwſzy przez przewyſzkę 5, y do Wieloraza 29, przydawſzy 1, maſz 30 liczbę terminow,

czyli dni na owey robocie ſtrawionych. Fundament tey Propozycyi maſz z *Lemma* III.

O ſkokach czyli Progreſſyach Geometrycznych, De Progreſſionibus Geometricis.

LEMMA IV. W każdey Progreſſyi Geometryczney, ieżeli ktorykolwiek termin przez ſiebie ſamego zmultyplikowany będzie, a produkt podzielony, przez pierwſzy termin progreſſyi, Wieloraz ztąd wynikaiący, będzie terminem dwa razy daley odległym od terminu pierwſzego, niżeli termin ow przez ſiebie ſamego zmultyplikowany. Tak w naſtępuiącey Progreſſyi Geometryczney:

2, 4, 8, 16, 32.

termin trzeci 8, zmultyplikowawſzy przez ſiebie, a produkt 64 podzieliwſzy przez pierwſzy termin 2, maſz Wieloraz 32, ktory termin dwakroć odległeyſzy ieſt od terminu pierwſzego 2, niżeli termin 8 przez ſiebie multyplikowany. Wſzakże od 2 do 8 dwa, a od 2 do 32 cztery mieyſca zachodzą. Bo termin 32, ieſt trzeci termin proporcyonalny do dwoch terminow 2 y 8 przez *Propozycyą* X, *Rodz.* IV. A zatym 32, tyle razy zamyka w ſobie 8 (to ieſt dwa razy termin pośrzedniczy 16) ile razy 8 zamyka w ſobie 2, (to ieſt dwa razy termin pośrzedniczy 4.) Więc że 32 tyle odległe ieſt od 8, ile 8 odległe ieſt od terminu pierwſzego 2, to ieſt mieyſcami dwoma, przeto 32 dwa razy tylu mieyſcami odległe ieſt od pierwſzego terminu 2, ilu mieyſcami

mi 8, raz odległe ieſt, od tychże 2, terminu pierwſzego.

Ztąd idzie, że ieżeli pod każdą Progreſſyą Geometryczną napiſane będą liczby porządkiem naturalnym, zaczynaiąc od Cyfry, tak: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. tedy każdy w progreſſyi owey termin, ktory wypada z podzielenia przez termin pierwſzy, produktu zmultyplikacyi ktoregokolwiek terminu przez ſiebie ſamego, będzie miał pod ſobą numer dwakroć większy od numeru, pod terminem przez ſiebie zmultyplikowanym, leżącego. Tak w wyrażoney wzwyż Progreſſyi Geometryczney, napiſawſzy pod każdą progreſſyą liczby naturalne, zaczynaiąc od Cyfry:

2, 4, 8, 16, 32.
0, 1, 2, 3, 4.

termin oſtatni 32, ma pod ſobą figurę 4, dwakroć większą nad 2, pod ośmią leżące.

Numery te pod terminami Progreſſyi Geometryczney położone, ktore zowią ſię Wſkazuiące, *Exponentes, vel indices progreſſionis*, wſkazuią, iak daleko każdy termin odległy ieſt, od terminu pierwſzego. Wſkazuią zaś mieyſce, czyli liczbę terminow progreſſyi iednym zmnieyſzoną. Tak 32, ktorych *Exponens* ieſt 4, ſą piątym terminem w progreſſyi. Co proſzę pomnieć.

LEMMA V. W każdey Progreſſyi Geometryczney, ieżeli dwa iakiekolwiek terminy z ſobą multyplikowane będą, a produkt podzielony przez pierwſzy termin progreſſyi, za Wieloraz wypadnie termin, tylu mieyſcami odległy od terminu pierwſzego, ile iedności, zamykaią w ſobie *Exponentes*,

obydwu terminow mułtyplikowanych, razem wzięte. Tak w następuiącey progressyi:

5, 10, 20, 40, 80, 160 &c.
0, 1, 2, 3, 4, 5.

multyplikuiąc z sobą dwa ktorekolwiek terminy *np.* 10X40, a produkt 400 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, masz na Wieloraz termin 80, ktory w tey progressyi czterema mieyscami od pierwszego terminu iest odległy, iako to wskazuią *Exponentes* multyplikowanych przez się terminow 1 † 3 = 4.

Ztąd wnieś, że do wynaleźienia ktoregokolwiek w daney progressyi terminu, potrzeba między sobą dwa terminy w owey progressyi takie multyplikować, ktorych *Exponentes* wraz wzięte zamykałyby w sobie tyle iedności, *unitates*, iednym zmnieyszonych, ile ich zawiera liczba, w ktorey termin ma bydź, ktorego szukasz, a produkt ztąd wynikaiący podzieliwszy przez termin pierwszy, Wieloraz będzie owym terminem, ktorego szukasz. Tak w danej wyżey progressyi, szukaiąc terminu szostego, pod ktorym ma bydź *Exponens* 5, multyplikuy 20 przez 40, pod ktoremi *Exponentes* będące, czynią 5, toż produkt 800 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, masz 160 termin szosty w daney Progressyi.

PRO-

PROPOZYCYA V.

Gdy dane będą, termin naymnieyſzy, y naywiękſzy, y Denominator (*) *teyże Progreſſyi Geometryczney, znaleść ile wynoſi generalna wſzyſtkich owych terminow wraz zebranych.*

Od termiuu naywiękſzego odciągniy termin naymnieyſzy, a reſztę podzieliwſzy przez Denominatora Progreſſyi iednym zmnieyſzonego, Wieloraz złącz z terminem oſtatnim, a te na ow czas wſzyſtkich terminow w progreſſyi owey będących Summę pokażą.

Przykład. Uſtępuie kto konia przyiacielowi ukowanego na cztery nogi, ztą tylko kondycyą, aby mu zapłacił ſame ufnale, ktorych znayduie ſię w podkowach 32, a to w ten ſpoſob: ażeby za pierwſzy ufnal zapłacił groſz 1, za drugi groſzy 2, za trzeci groſzy 4, za czwarty groſzy 8, y tak daley zawſze w podwoyney proporcyi Geometryczney, pytam iaka ieſt Summa groſzy za wſzyſtkie ufnale w tey progreſſyi zapłaconych?

Za ufnal oſtatni, to ieſt 32, w progreſſyi przypada groſzy 2147483648, od tego oſtatniego terminu w progreſſyi odciągniy termin pierwſzy 1, a reſztę 2147483647 podzieliwſzy przez Denominatora progreſſyi iednym zmnieyſzonego, to ieſt przez 2 — 1, że 1 liczb nie dzieli, mąſz za Wielo-

(*) Denominator Progreſſyi, ieſt to, po czym poznaiemy wzgląd proporcyi między liczbami w progreſſyi owey będącemi, zachodzący, to ieſt: czyli proporcya ieſt podwoyna, czy potroyna, &c.

raz też ſamę Summę 2147483647, do ktorey przydawſzy oſtatni termin w progreſſyi, to ieſt Summę groſzy za ufnal oſtatni przypadaiącą, wypadnie 2147483647 † 2147473648 = 4294967295, Summa groſzy za wſzyſtkie ufnale należących ſię, ktorą podzieliwſzy przez 30, będzieſz miał cenę owego konia Złotych Polſkich 143165576, y groſzy 15.

Demonſtracya. W każdey Progreſſyi Geometryczney, iak ſię ma Denominator progreſſyi iednym zmnieyſzony, do iednego, tak ſię ma naywiękſzy termin, naymnieyſzym terminem zmnieyſzony, do Summy ze wſzyſtkich terminow w progreſſyi zebranych, wyiąwſzy tenże ſam termin oſtatni. Tak dawſzy *naprzykład* naſtępuiącą Progreſſyą Geometryczną w proporcyi potroyney, *in proportione tripla* 3, 9, 27, 81, 243, będzie ſię miał Denominator 3, zmnieyſzony iednym, do 1, to ieſt, 2. 1, iak ſię ma termin naywiękſzy zmnieyſzony terminem naymnieyſzym, to ieſt 243 — 3 = 240, do całey Summy progreſſyi, wyiąwſzy tenże ſam oſtatni termin to ieſt, do 3 † 9 † 27 † 81 = 120

2. 1 : : 240. 120.

a zatym podzieliwſzy 240 przez 2, maſz 120; do tych 120 dodawſzy oſtatni termin 243, maſz 363, Summę wſzyſtkich terminow w owey progreſſyi będących, 120 † 243 = 363.

Przeſtroga I. *Progreſſyi podwoyney zaczynaiącey ſię, od iednego 1, krotſzym ſpoſobem całą Summę znaydzieſz, podwoiwſzy oſtatni termin, a od produktu odciąwſzy 1. Tak w Przy-*

kła-

kładzie pierwszym tey Propozycyi, podwoy ostatni termin 2147483648, a od produktu 4294967296, odciąwszy 1, masz 4294967295, też samę Summę, co y przedtym. Przyczyna tego oczywista iest: bo Denominator iednym zmnieyszony iest 1, ktore dzielić liczb nie może. Zaczym do Wielorazu dodać w tym razie, ostatni termin nic innego nie iest, tylko wziąć go dwa razy, czyli podwoić.

Przestroga II. *Z Progressyi podwoyney zaczynaiącey się od 1, 1. 2. 4. 8. 16. 32. &c. wynikaią liczby, rzeczone liczby doskonałe,* numeri perfecti, *dla tego, że wszystkim swoim częściom, spełna podzielić ie mogącym, są rowne, iako 6. 28. 496 &c. Wynikaią zaś tym sposobem,* naprzod, *dodaią się porządkiem terminy podwoyney Progressyi, poki aż ich Summa nie uczyni liczby pierwszey,* numerum primum, *to iest, liczby takiey, ktorey nic na rowne części, procz iednego 1 podzielić nie może, to iest 1 † 2 = 3. 1 † 2 † 4 = 7. 1 † 2 † 4 † 8 † 16 = 31.* Powtore. *Liczba ta pierwsza,* naprzykład *3, albo 7, albo 31 multyplikuie się przez liczbę na samym końcu dodaną, a dopiero z produktu ich wynika liczba doskonała,* numerus perfectus. *Jako w danym Przykładzie 3 X 2 = 6, 7 X 4 = 28, 31 X 16 = 496. Tymże sposobem y inne liczby doskonałe staią się, ktorych bardzo mało iest, iako, y innych w naturze rzeczy, ktoreby się zupełnie doskonałemi nazwać mogły. Bo biorąc do dziesiątka, taka liczba iest tylko iedna 6, biorąc do sta, 28, biorąc do tysiąca, 496, do dziesięciu tysięcy 8128. Wszystkie zaś liczby takowe kończą się na 6 lub na 8.*

PROPOZYCYA VI.

Gdy danych będzie kilka terminow Progreſſyi Geometryczney, znaleść, ktorykolwiek inny termin naſtępuiący w teyże progreſſyi, nie dochodząc nawet terminow średnich między nim, a danemi terminami zachodzących.

Niech będą dane *naprzykład* naſtępuiące terminy w Progreſſyi Geometryczney:

5. 10. 20. 40. 80. 160.

0. 1. 2. 3. 4. 5.

w ktorey progreſſyi chcę znaleść termin dwudzieſty, *Exponens* iego będzie 19, to ieſt liezba iednym mnieyſza od liczb progreſſyi, przez *Lemma* IV. Biorę teraz ktorykolwiek termin tey progreſſyi, *naprzykład* 80, położony na mieyſcu piątym, a od mieyſca pierwſzego odległy czteroma mieyſcami, toż zmultyplikowawſzy go przez ſię, to ieſt 80X80, Produkt 6400 dzielę przez pierwſzy termin 5, Wieloraz 1280, dwa razy od terminu pierwſzego odlegleyſzym będzie, niżeli 80, to ieſt ośmiu mieyſcami, y będzie położony na mieyſcu dziewiątym, a *Exponens* iego będzie 8, przez *Lemma* IV.

Weś znowu, dopiero wynaleźiony termin dziewiąty 1280, y multyplikuy go przezeń ſamego, to ieſt 1280X1280, a produkt 1638400, podzieliwſzy przez termin pierwſzy 5, Wieloraz 327680 będzie terminem w teyże ſamey progreſſyi dwa razy odlegleyſzym od terminu pierwſzego, niżeli termin dawniey wynaleźiony 1280, to ieſt ſzeſnaſtu mieyſcami, y będzie położony na mieyſcu ſiedmnaſtym,

ſtym, a *Exponens* iego będzie 16. Ze zaś 16 *Exponens* terminu ſiedmnaſtego od 19, *Exponenſa* terminu dwudzieſtego, ktorego ſzukam, rożni ſię przez brak, *per defectum* 3, zaczym multyplikuy ten termin ſiedmnaſty iuż wynaleźiony, przez termin taki, ktorego w tey progreſſyi *Exponens* ieſt 3, to ieſt 327680X40, a produkt ztąd wypadaiący 13107200, podzieliwſzy przez termin pierwſzy 5, Wieloraz 2621440, będzie terminem w daney progreſſyi dwudzieſtym, a *Exponens* iego będzie 19.

Demonſtracya tey Operacyi ieſt bardzo ſnadna, iako z *poprzedzaiących Lemmatow* IV, y V, oczywiście wynikaiąca.

Ztąd wnieś, że toż ſamo ieſt ſzukać w daney progreſſyi terminu 20, co ſzukać terminu takiego, ktoregoby *Exponens* był 19, iednym mnieyſzy nad termin ktorego ſzukam.

PROPOZYCYA VII.

Zamykaiąca w ſobie kilka ciekawych z Progresſyi Geometryczney Zadaniow.

ZADANIE I. Gdyby z iednego źiarna Pſzenicy wſianego, więcey nad ſto źiarn każdego Roku niewyroſło, pytam ile zboża, z iednego źiarna pſzenicy za lat 10 mogłoby ſię rozmnożyć?

Progreſſya Geometryczna w tym razie ieſt ſetna. Zaczym pierwſzego Roku byłoby źiarn 100, drugiego 10000, trzeciego Roku 1000000, y tak daley w progreſſyi przez 10 roſnącey. Znaydziy przez *Prop. poprzedz.* dzieſiąty termin w tey progresſyi, to ieſt 100000000000000000000, a odcią-

gną-

gnąwſzy od niego termin pierwſzy 100, reſztę podziel przez Denominatora Progreſſyi iednym zmnieyſzonego, to ieſt przez 99. Toż do Wieloraza z tey dywizyi wynikaiącego, dodawſzy oſtatni termin, będzieſz miał wſzyſtkich źiarn przez *Prop.* V. Summę naſtępuiącą:

101010101010101010100,

ktore źiarna, ieżeli ieden korzec, będzie ich brał w ſiebie 5000000, uczynią korcy 20202020202020, ktorychby całey Polſki nieobięły Szpichlerze.

ZADANIE II. Pan maiący coroczney intraty milion Złotych Polſkich, chce arendować iednemu z Przyiacioł ſwoich wſzyſtkie dobra, pod tą kondycyą, ażeby mu corocznie w iednym tylko Mieſiącu wypłacił, pierwſzego dnia groſz 1, drugiego groſzy 2, trzeciego groſzy 4, czwartego groſzy 8, y tak daley poſtępuiąc zawſze w progreſſyi podwoyney Geometryczney, pytam ile wynieſie Summa ktoraby za cały Mięſiąc potrzeba wypłacić?

Znaydziy przez *Propozycyą poprzedz.* tey podwoyney progreſſyi termin trzydzieſty, ktory ieſt: 536870912, ktory podwoy, a od Summy podwoioney odciąwſzy iedno 1, maſz groſzy wſzyſtkich 1073741823 przez *Przeſtrogę* I *Prop.* V, ktore zredukowawſzy na Złote, maſz Summę Złotych 35791394.

ZADANIE III. Pewny Kawaler wziąwſzy w Sukceſſyi po Oycu ſwoim Wſi 50, przedaie ie ztą kondycyą; ażeby mu za pierwſzą dano Taler bity 1, za drugą 2, Talery bite, za trzecią 4, za czwar-

tą 8,

tą 8, y tak daley, zawſze w progreſſyi podwoyney, chcę wiedzieć, ile Talerow bitych za te wſzyſtkie Wſi dać by potrzeba?

Na termin pięćdzieſiąty tey progreſſyi przypadnie cena Wſi oſtatniey Tal. bit. 562949953421312, Summę tę podwoiwſzy, a od podwoioney odciąwſzy termin pierwſzy 1, maſz Summę wſzyſtkich Talerow bitych 1,125,899,906, 842,623, to ieſt: tyſiąc ſto dwadzieścia pięć Bilionow, ośm ſet dziewięćdzieſiąt dziewięć tyſięcy Milionow, dziewięć ſet, ſześć Milionow, ośm ſet czterdzieści dwa Tyſiące, ſześć ſet dwadzieścia, y trzy Talerow bitych, iakiey Summy, naypotężnieyſzy na świecie Monarcha zapłacićby niepotrafił:

ZADANIE IV. Scheramus Krol Indyi, pewnemu Indyiczykowi imieniem Dahir, ktory wynalazł grę Szachow, dał na wybior obrania ſobie iakiey chce nadgrody. Ow o nic więcey nie proſił, tylko ażeby mu iedno ziarno Pſzenicy na pierwſzym Kwadracie w Szachownicy położone, w Proporcyi Geometryczney podwoyney na każdy Kwadrat dawano, aż do oſtatniego, to ieſt do 64. Kwadratu. Bardzo mała rzecz owa zdała ſię bydź Krolowi, lecz gdy Arytmetycy w rachunki Pſzenicy owey weſzli, pokazało ſię, że ani w Państwie owego Krola, ani na całym świecie, tak wiele Pſzenicy znaleść ſię nie może, to ieſt: 18,446,744,073,709,551,615. Doświadczenie tey prawdy maſz z *Propozycyi V y VI, tego Rozdziału.*

PRO-

PROPOZYCYA VIII.

Między danemi liczbami wszystkie Kombinacye wynaleść.

Kombinacya u Arytmetykow w ten czas dzieie się gdy zadanemi kilką, lub kilkunastą liczbami dochodziemy ile razy te po dwie, po trzy, po cztery, po pięć &c. z sobą łączone być mogą, to iest ile z nich ambow, ternow, kwaternow &c. wypaść powinno.

I. Niechay więc danych będzie ośm rzeczy iakich czyli liter Alfabetu a, b, c, d, e, f, g, h, chcę nayprzod wiedzieć ile kroć po dwie łączyć się mogą, czyli ile ambow z nich wypadnie. Na doyście tego ułoż dwie progressye Arytmetyczne, z tylu terminow, ile mnieysza liczba 2 ktora się zowie Denominatorem Kombinacyi iedności w sobie zamyka, to iest z terminow dwoch a to w sposob następuiący, gdzie pod literą A mieści się Progressya Denominatora a pod literą B, Progressya ośmiu liter danych. Potym terminy każdey Progressyi osobno zmultyplikowawszy wypadnie ci $2 \times 1 = 2$ y znowu $7 \times 8 = 56$, a produkt większy 56 podzieliwszy przez produkt mnieyszy 2 wypadnie ci 28 to iest liczba oznaczaiąca wielość ambow z danych ośmiu liter złożyć się mogących. Masz tego wzor y w nastę puiącey danych ośmiu liter Kombinacyi.

A	B	
2	8	
1	7	
2	56	28

ab ac ad ae af ag ah:
bc bd be bf bg bh
cd ce cf cg ch
de df dg dh
ef eg eh
fg fh
gh.

II. Chcę wiedzieć powtore ile Kombinacyi po troynych, czyli ile ternow z tychże ośmiu Alfabetu Liter być może, na co znowu tak iak wyżey dwie progressye Arytmetyczne w trzech terminach układam pod Literami C y D zamknięte wsposob tu położony. A produkt większy 336 podzieliwszy przez produkt mnieyszy 6, Wieloraz 56, wskaże mi wielość terminow.

C	D
3	8
2	7
1	6
6	336

Podobnym sposobem wszystkich kwaternow, kwinow, senow &c. doyść każdemu snadno będzie.

Wniosek. *Ztąd nieomylnie doyść można, ile we grze Loterya nazwaney gdzie zacząwszy od* 1 *liczby aż do* 90 *porządkiem naturalnym na kartach lub gałkach są spisane, y za każdym skrzynki otwarciem pięć zpomienionych kartek lub gałek losem wyciągnionych bywa, ile mowię w tey grze ambow, ile ternow, ile kwaternow &c. zamyka się; to iest ambow* 4005 *ternow* 117489 *kwaternow* 2555190, *kwinow* 43949268 *y dla tego w takowey grze natrafienie na zamowioną liczbę y nadzieia wygraney bardzo iest niepewna.*

PRO-

PROPOZYCYA IX.

Danych liczb rzeczy, wſzyſtkie mogące ſię ſtać przemiany wynaleść (permutationes.)

Przemiana od Kombinacyi tym rożni ſię że przez Kombinacyą gdy dane będą pewne liczby dochodzę ile razy one po dwie, po trzy, po cztery &c. brane być mogą tak iako ſię w Prop. poprzedz. pokazało. Przez przemianę zaś uczemy ſię ile razy też rzeczy lub liczby dane zamienić ſię między ſobą mogą tak ażeby wſzyſtkie razem brane były a zawſze w innym porządku.

Na doyście tego weź tyle liczb w porządku naturalnym ile ieſt rzeczy danych *np.* gdy dane będą liter pięć a, b, c, d, e, weś także pięć liczb porządkowych 1 2 3 4 5 ktore wſzyſtkie między ſobą zmultyplikowawſzy, produkt z tey multyplikacyi wynikły da ci liczbę przemian między danemi rzeczami zayść mogących, tak iako widziſz pod literami A. B Bo gdy dane będą na przemian tylko dwie litery a, b, te dwa razy zamienić ſię mogą, gdy każda z nich raz pierwſze drugi raz drugie mieyſce trzymać będzie. Jeżeli zaś danych będzie na przemian liter trzy a, b, c. Między temi ſześć razy zaydzie zamiana, każda bowiem z nich może raz na pierwſzym mieyſcu bydź położona, a tym czaſem dwie drugie dwa razy ſię zamienić. Bo gdy c oſtatnie mieyſce trzyma w ten czas a, y b, mogą ſię zamienić dwakroć. Zkąd wypadną dwie zamiany

A	B
1	a
2	b
3	c
4	d
5	e
120	

abc

abc bac y znowu gdy b oſtatnie mieyſce trzyma w ten czas a, y c, dwakroć także zamienione być mogą, więc powtornie dwie nowe ſtaną ſię zamiany acb, cab. Na koniec gdy a na oſtatnim mieyſcu położone będzie, to znowu b y c dwa razy zamienia ſię, a tak potrzecie dwie zamiany wypadną bca cba, kładę tu porządkiem tych trzech liter abc przemiany.

abc acb bca
bac cab cba

Tymże ſpoſobem okazać można że z liter czterech abcd będzie przemian 24, a z liter pięciu przemian 120.

Wnioſek I. *Na tym fundamencie wiadomy ow Łacinſki wierſz na Honor Matki Boſkiey.*

Tot tibi ſint laudes Virgo quot ſidera cælo, ſkładaiący ſię z ośmiu tylko ſłow może mieć przemian 46320.

Wnioſek II. *Ztąd także doyść można, ile z danego iakiego ſłowa anagrammatow być może, czyli ile razy litery danego ſłowa, innym porządkiem wypadną; Tak z tego ſłowa Roma przemian być może* 24 *iakie ſą amor, mora, maro, ramo, armo, &c. Co niegdyś dla zepſutego w naukach guſtu ludzie uczeni lubili.*

PROPOZYCYA X.

Niektore zadania mogące być ułatwionemi przez regułę przemiany per regulam permutationum.

Zadanie pierwſze: 12 Oſob do iednego ſtołu chodzą tak że codzień każdy na inſzym mieyſcu

ſiada, pytam ile lat potrzeba ażeby wſzyſtkie mogące zayść między niemi przemiany odbyli? Produkt liczb 1X2X3X4X5X6X7X8X9X10X11X12 = 479001600 wſkaże ci liczbę przemian ktorą podzieliwſzy przez dni 365, będzieſz miał Summę lat 1312333 † $\frac{50}{365}$.

ZADANIE II. Uczyniwſzy wſzyſtkie 24 liter Alfabetu przemiany, pytam ſię ile lat potrzeba będzie na opiſanie ich, chociażby tyſiąc piſarzow było z ktorych każdy codziennie napiſałby kart 40 a na każdey karcie zmieściłoby ſię takowych przemian 50.

Znaydziy przez Propozycyą poprzedzaiącą, liczbę wſzyſtkich przemian ktora będzie = podług Taqueta, 620448401733239439360000. Potym zmultyplikowawſzy 40X50X1000 Produkt 2000000 okaże ci liczbę przemian ktore codziennie napiſane byé mogą. Ten zmultyplikowany przez 365 dni Roku daie przemian 730,000,000; na Rok napiſanych, przez ktore całą liczbę przemian podzieliwſzy maſz lat 849929317442794 † $\frac{41936}{73000}$. ktoreby potrzebne na to były &c.

ROZDZIAŁ VII.

O Rachunkach Chronologicznych.

Chronologia ieſt wymiar czaſu z porownaniem lat w ktore znakomite iakie dzieła na świecie zaſzły. Wſzyſtkie zaś narody rozmiar czaſow u ſiebie do obrotow Niebieſkich naywięcey Słońca y

Mieſiąca ſtoſować zwykły. Więc w doyściu ich na tym fundament cały polega, ażeby wymiar peryodyczny czaſu, w ktory też obroty odprawuią ſię, był nam doſkonale wiadomy; a tak znieſienie onychże y porownanie z ſobą łatwo uczynić będziemy mogli; tudzież ażebyśmy zupełne zaznanie mieli terminow chronologicznych y ich natury. Więc znacznieyſze z nich nayprzod tu położyć y dokładnie opiſać za rzecz potrzebną oſądziłem.

Definicye.

I. Okrąg czyli Peryod *Cyclus* ieſt pewna lat liczba koleią wracaiąca. Trzy nayznakomitſze ſą cykle czyli okręgi; Okrąg ſłońca, Okrąg Xiężyca y poczet Rzymſki *Indictio Romana.*

II. Okrąg Słońca *Cyclus ſolaris* ieſt przeciąg lat dwudzieſtu ośmiu, za ktorych wyiściem litery Niedzielne A, B, C, D, E, F, G, w każdym Kalendarzu znayduiące ſię, tymże ſamym porządkiem iak przedtym y na też ſame dni w tygodniu przypadaią.

III. Okrąg Xiężyca *Cyclus Lunaris* czyli złota liczba ieſt przeciąg lat 19, po ktorych Nowie Xiężyca na też ſame dni wychodzą. Zowie ſię *złotą liczbą, Aureus Numerus;* ponieważ wśrzod Rynku Ateńſkiego złotemi charakterami corocznie była wypiſywana dla oznaczenia Nowiow w każdym Mieſiącu.

IV. Poczet, *Indictio* ieſt przeciąg lat 15 koleią chodzący, przy ktorych ſkończeniu w całym Państwie Rzymſkim nowy podatek płacono na Żołnierzy ktorzy 15 lat w Woyſku wysłużyli; Zaraz po

śmierci Konſtantyna, to ieſt, od Roku 312 po Narodzeniu Chryſtuſa Pana taż indykcya u Grekow y Rzymian przeięta była, ztą iednak rożnicą, że Indykcya Rzymſka od dnia 1. Stycznia, a Grecka od dnia 1. Września zaczyna ſię.

V. Rok Juliuſzowſki *Annus Julianus* tak nazwany od Juliuſza Cezara Dyktatora, ktory Numy Krola Rok poprawił, zamyka w ſobie dni 365 godzin 6, z ktorych to ſześciu godzin co czwarty Rok, godzin 24 czyli dzień ieden ſkłada ſię, zkąd każdy czwarty Rok ma w ſobie dni 366. Trzy lata ktore go poprzedzaią, zowią ſię lata ordynaryine *Anni Communes* każdy zaś czwarty Rok, przeſtępny *Annus biſſextus*.

VI. *Rok Grzegorza Papieża* ieſt tenże ſam Rok Juliuſza Cezara ale poprawiony. Bo ſześć godzin ktore Juliuſz Cezar do dni każdego Roku przyłączył nie ſą zupełne. Z tey przyczyny początek Wioſny to ieſt dzień 21 Marca na 10 dni od porownania dnia z nocą wioſennego iuż ſię był uſunął. Więc Grzegorz Papież te 10 dni wyciąwſzy, tak: że dzień 5. Października 15tym był rachowany, uſtanowił procz tego dla uniknienia w dalſze czaſy podobnego błędu, ażeby nie każdy ſetny Rok iak przedtym, był przeſtępny; ale trzy pierwſze to ieſt 1700, 1800, 1900 żeby były ordynaryine a dopiero 2000 przeſtępny, y tak na potym.

VII. Epakta, *Epactæ* ieſt dni iedynaście, ktoremi Rok ordynaryiny podług obrotu ſłońca wyrachowany, przewyżſza Rok z obrotow Xiężyca wymierzony, ktory niezamyka w ſobie tylko dni 354,

do tych dawſzy dni 11, wypadnie dni 365 to ieſt Rok ſłoneczny. Więc gdy pierwſzego Roku Epakta będzie 11; drugiego będzie 22, na trzeci zaś Rok wypadnie dni 33. Z ktorych 30 na Mieſiąc przybyſzowy odciąwſzy, zoſtanie ſię w tymże Roku Epakta 3. Więc na naſtępuiący po nim będzie 14 y tak daley. Jeżeli zaś dni tak zebrane uczynią ſpełna 30; to Epakty wowym Roku żadney nie będzie, y Rok Mieſięczny z Rokiem ſłonecznym zarowno ſię ſkończą.

VIII. Peryod Wiktora czyli Peryod Dyonizyuſza, *Periodus Victoriana ſeu Dionyſiana*, ieſt przeciąg lat 532 ktore wynikaią zmultyplikacyi okrągu ſłońca przez okrąg Xiężyca, to ieſt, lat 28 przez 19 za ktorych 532 lat wyiściem też ſame Słońca y Xiężyca rewolucye wracaią ſię. Peryod ten wynaleźiony ieſt od Wiktora rodem z Akwitanii, zowie ſię także Peryod Dyonizyuſza, iż tego lat wymiaru zażył *Dionyſius Exiguus* dla pogodzenia Kościoła Rzymſkiego z Alexandryiſkim względem obchodzenia Wielkiey-Nocy.

IX. Peryod Juliuſzowſki *Periodus Juliana* ieſt przeciąg lat 7980 ktore wypadaią zmultyplikacyi okrągu Słońca, Mieſiąca, y Indykcyi czyli zmultyplikacyi Peryodu Wiktora przez Indykcyą to ieſt 532 X 15 = 7980, po ktorych lat upłynieniu; *Cyclus* Słońca y Xiężyca y Indykcya rażem przypadną y niezeydą ſię znowu z ſobą aż po drugich 7980 leciech. Ten Peryod zowie ſię Juliuſzowſki że z lat Juliuſzowſkich ſkłada ſię. Naywybornieyſzy ieſt ow, ktorego początek zaſięga 710 lat przed ſtwo-

rzeniem świata; y ieſzcze ieden cały niewyſzedł. Wynalezcą iego ieſt Jozef Scaliger.

X. Epocha czyli Era ieſt czas dziełem iakim znakomitym wſławiony, od ktorego lata rachować ſię zaczynaią. Tak Era Chrześciańſka ktorey poſpolicie używamy y zowie ſię powſzechną *Vulgaris*; bierze początek ſwoy od Narodzenia Chryſtuſa Pana czyli raczey od Jego obrzezania, to ieſt od dnia 1 Stycznia w lat 4004 po ſtworzeniu świata.

Oſtrzeżenie I. *Cokolwiek mowiłem tu o latach Słońca y Xiężyca, przez te ia rozumiem lata Cywilne ktore z całkowitych dni ſkładaią ſię; a nie lata Aſtronomiczne ktore procz dni całkowitych, zamykaią w ſobie ieſzcze godziny, minuty pierwſze, minuty drugie, trzecie &c. gdyż te do mieyſca tego nienależą.*

Oſtrzeżenie II. *Litery Niedzielne nie porządkiem naturalnym ale wopak idą to ieſt G, F, E, D, C, B, A, tak, że ieżeli w tym Roku litera Niedzielna ieſt F, to w Roku przyſzłym będzie E, w trzecim D, y tak daley aż do A, po ktorey znowu G naſtępuie. Przyczyna tego ieſt że Rok Juliuſzowſki ordynaryiny ma w ſobie dni 365 to ieſt tygodni 52 y procz tego dzień ieden. Więc gdy na dzień 1 Stycznia padnie litera A taż ſama litera padnie y na dzień oſtatni Grudnia. Tym ſpoſobem pierwſzy y oſtatni dzień owego Roku będzie* np. *Niedziela a Rok naſtępuiący zacznie ſię w Poniedziałek; Niedziela zaś iego pierwſza przypadnie dnia 7 Stycznia; ktory wpa-*

rząd-

rządku naturalnym dni tygodniowych naznaczony iest literą G. Więc taż litera G będzie literą Niedzielną. Trzeci Rok zacznie się we Wtorek. Więc Niedziela iego pierwsza, padnie na dzień 6 Stycznia ktory się znaczy literą F, y taż litera będzie literą Niedzielną &c. Rok zaś Przestępny dwie ma litery Niedzielne, ale podobnież wspak wzięte iako to GF FE ED &c. y pierwsze mieysce nie F ale G trzyma aż do dnia 23 Lutego, od ktorego literą Niedzielną zaczyna być F.

PROPOZYCYA I.

Doyść ieżeli dany Rok iest przestępny; lub ktory po przestępnym.

Rok Chrystusa dany podziel przez 4, ieżeli po uczynioney dywizyi nic się niezostaie; Rok ten przestępny iest; gdy zaś iest reszta iaka, ta okazuie ktory Rok po przestępnym idzie. Tak Rok teraznieyszy 1776, ponieważ podzielony przez 4 reszty żadney nie ma, przestępny iest. A Rok *np.* 1779 będzie trzeci po przestępnym gdyż podzielony przez 4, resztę daie 3.

Wniosek. Wieloraz z takowey dywizyi wypadaiący, zaniechawszy resztę, wyraża, ile od Narodzenia Chrystusa lat przestępnych upłynęło; tak do Roku teraznieyszego 1776, upłynęło lat przestępnych 444 ale te 1 zmnieyszone być powinny, bo Rok 1700, przestępny nie był, podług tego co się powiedziało w *Def.* 6. Więc potrzeba rachować, $444 - 1 = 443$.

PROPOZYCYA II.

Okrąg Słońca Cyclum Solarem *w danym Roku znaleść.*

Do Roku danego doday lat 9, (gdyż w 10 okręgu słonecznego Roku, Chrystus urodził się, więc ich iuż, 9 upłynęło,) potym takową Summę przez 28, podzieliwszy; reszta ktora się z tey dywizyi zostanie wskaże okrąg Słońca w danym Roku. Gdy zaś od dywizyi nic nie zostanie, znak będzie że okrąg słoneczny to iest lat 28 po owym Roku skończy się zupełnie. Wieloraz zaś z tey dywizyi da poznać, ile rewolucyi słońca czyli cyklow od Narodzenia Chrystusa upłynęło. Tak wziąwszy *np.* Rok teraźnieyszy 1776, y przydawszy do niego 9 Summę 1785 dzielę przez 28 y zostaie się 21, pokazujący 21 Rok Cyklu słonecznego ktorych 63 od Narodzenia Chrystusa wyszło.

PROPOZYCYA III.

Złotą liczbę danego Roku znaleść.

Do liczby lat daney doday 1, (gdyż w pierwszym Roku Ery Chrześciańskiey złota liczba była 2. Więc Rok ieden iuż był upłynął.) Potym Summę podziel przez 19 reszta pokaże ci złotą liczbę Roku danego. Gdy nic niezostanie się, Cyklus Xiężyca będzie w ten czas skończony. A Wieloraz pokaże ile Cyklow Xiężyca od Narodzenia Chrystusa upłynęło. Szukam złotey liczby Roku teraznieyszego 1776 do ktorego dodawszy 1, Summę 1777 dzie-

dzielę przez 19 y wypada mi 10 złota liczba Roku teraznieyszego. Upłynęło zaś od Narodzenia Chrystusa 93 Cyklow Xiężyca.

PROPOZYCYA IV.

Znaleść na iaki dzień w tygodniu pierwszy dzień Roku przypada.

Do Roku ostatniego przyday liczbę lat przestępnych, a od Summy odciągnąwszy 10, resztę podziel przez 7, to co po dywizyi zostanie, pokaże dzień w tygodniu ktorego szukasz. Jeżeli od Dywizyi nie zostanie nic, tedy dzień pierwszy Roku przypadnie na dzień 7 w tygodniu to iest na sobotę. Chcę wiedzieć *np.* na ktory dzień w tygodniu padnie 1 dzień Stycznia Roku 1800, y układam liczby następuiącym sposobem.

Rok poprz.	1799	
Lata przestę.	448	
	2247	
Z Poprawy Grzegorza.	10	
7	2237	319 $\dagger \frac{4}{7}$
	21	
	13	
	7	
	67	
	63	
	4	

4 ktore się od Dywizyi zostały znaczą dzień czwarty w tygodniu to iest Srzodę.

Tymże ſpoſobem znaydę dzień w tygodniu, na ktory w danym Roku dzień ktorykolwiek Mieſiąca przypada. Chcąc wiedzieć *np.* na ktory w tygodniu dzień przypadł dzień 7 Września Roku 1764 wſławiony Elekcyą ſzczęśliwie nam panuiącego Monarchy STANISŁAWA AUGUSTA. Do Roku poprz. 1763 doday wſzyſtkie lata przeſtępne ktorych *przez wnioſek Prop. I*, było 439, tudzież kwotę dni od pierwſzego dnia Stycznia do 7. Września upłynionych to ieſt, 251, a od Summy 2453, odciąwſzy dni 10, z poprawy Grzegorza; Summę pozoſtałą 2443 podziel przez 7 niezoſtaie ſię nic. Więc był dzień Sobotny.

Rok poprzd.	1763.
Lata przeſtęp.	439.
Dni upłynione	251.
Summa	2453.
Z popr. Grzegorza	10
7	2443 | 349.

PROPOZYCYA V.

Literę Niedzielną danego Roku znaleść.

Znaydziy dzień w tygodniu na ktory 1. dzień danego Roku pada, *przez prop. poprz.* a liczbę znalezioną odciągnąwſzy od 9, reſzta wſkaże ci literę Niedzielną w porządku naturalnym położoną.

Szukam litery Niedzielney na Rok 1780. 1 Jego dzień *przez prop. poprz.* padnie na dzień 7 w tygodniu to ieſt na Sobotę. Więc 7 odciągnąwſzy od 9 reſzta 2 pokazuie mi literę Niedzielną, na drugim

gim mieyſcu w porządku naturalnym położoną to ieſt B. Podobnież chcę wiedzieć ktora litera Niedzielna będzie w Roku 1800. Dzień tygodniowy na ktory dzień 1, Stycznia owego Roku padnie będzie dzień 4, to ieſt Srzoda, więc 4 odciągnąwſzy od 9 mam 5, to ieſt piątą literę wporządku naturalnym E, ktora będzie literą Niedzielną w Roku 1800.

PROPOZYCYA VI.

Danego Roku Epaktę znaleść.

Doſzedłſzy złotey liczby zadanego Roku *przez Prop. III* multyplikuy ią przez 11 a z produktu odtrąciwſzy dni 11 z poprawy Grzegorza Papieża, reſztę zaś podzieliwſzy przez 30, to co od Dywizyi zoſtanie będzie Epaktą danego Roku. Chcę wiedzieć Epaktę Roku teraznieyſzego 1776 ktorego złota liczba ieſt 10. Tę zmultyplikowawſzy przez 11 a od produktu 110 odciąwſzy 11 podług poprawy Grzegorza, reſztę 99 dzielę przez 30, a pozoſtałe z Dywizyi 9 pokazuią mi Epaktę tegoroczną. Gdy zaś odciąwſzy 11 podług poprawy Grzegorza reſzta przez 30 dzielona być nie może to taż ſama ieſt Epaktą. A w ktorym Roku złota liczbą będzie 1, w tym Epakta będzie 0, czyli nic. Gdyż podług poprzedzaiącey nauki 1X11=11—11=0.

Przeſtroga. *Epakta danego Roku zaczyna ſię od dnia* 1 *Marca tegoż Roku. Zaczym Epakta* 10, *Roku teraznieyſzego* 1776, *będzie trwać przez Styczeń y Luty Roku przyſzłego* 1777.

PRO-

PROPOZYCYA VII.

Gdy dane będą Miesiąc y dzień doyść Pory Xiężyca.

Znieś w iednę Summę Epakta Roku danego, liczbę dni Miesiąca, y liczbę Miesięcy zacząwszy od Marca, a z tey Summy odciągnąwszy gdy możesz 30, reszta zostaiąca się pokaże ci Lunacyą. Tak gdy chcesz wiedzieć iaki Xiężyc będzie dnia 2 Sierpnia w Roku teraznieyszym 1776. Zniosszy liczbę złotą 10 † dni Miesiąca 1, † Liczbę Miesięcy od Marca 5, Summa 16, ponieważ przez 30 podzielona być nie może, pokaże ci że Xiężyc iest iuż w pełni. Podobnież 15tego dnia tegoż Miesiąca y Roku, Miesiąc będzie na Nowiu, ponieważ 10 † 15 † 5 = 30 — 30 = 0, to iest sam Now.

PROPOZYCYA VIII.

Gdy dana będzie Epakta Roku y Miesiąc znaleść dzień Nowiu.

Znieś z Epaktą danego Roku liczbę Miesięcy ktore od Marca upłynęły y Summę odciągniy od 30, albo gdy ta większa będzie odciągniy ią od 60; reszta pokaże ci dzień Nowiu. Chcesz *np.* wiedzieć na ktory dzień Listopada w tym Roku 1776, padnie Now? z Epaktą 10, złącz liczbę Miesięcy ktore od Marca upłynęły to iest 8, = 18 co odciągnąwszy od 30, masz 12 dzień Nowiu grudnia.

Przestroga I. *Lubo zaś Pora Xiężyca przez Epakty zupełnie oznaczona być nie może, przecież nigdy dniem iednym całkowitym od nich nie-*

ucby-

uchyli się. Więc tego sposobu dosyć bespiecznie zachować można.

Przestroga II. *Now Wielko-Nocny* Novilunium Paschale, *między* 8, *dniem Marca y* 5 *Kwietnia koniecznie znaydować się powinien.*

PROPOZYCYA IX.

Gdy dany będzie Rok Ery Chrześciańskiey Poczet czyli Indykcyą znaleść.

Do założonego Roku Chrystusa doday 3, gdyż pierwszy Ery Chrześciańskiey Rok przypadł na Indykcyą czwartą: Potym Summę podzieliwszy przez 15, reszta z Dywizyi pozostała wskaże ci Rok Indykcyi. Jeżeli z Dywizyi nic niezostanie, Indykcya będzie 15. Tak do Roku teraznieyszego 1776 przydawszy 3, Summę 1779 dzielę przez 15, od ktorey Dywizyi pozostałe 9, wskazuie mi Indykcyą. Wieloraz zaś 118 znaczy Indykcye, ktore od Narodzenia Chrystusa iuż upłynęły.

PROPOZYCYA X.

Gdy dany będzie Rok Ery Chrześciańskiey zgadnąć na ktory Rok Peryodu Juliuszowskiego przypadnie.

Daymy *np.* Ery Chrześciańskiey Rok teraznieyszy 1776, pytam ktory iest Rok Peryodu Juliuszowskiego na tenże sam Rok przypadaiący? z danym Rokiem 1776 znieś lat 4713 Summa 6489 pokaże ci Rok Peryodu Juliuszowskiego. Przyczyna tego iest, że iako się wyżey powiedziało, pier-

wszy

wſzy Rok Ery Chrześciańſkiey przypadł na Rok 4714 tegoż Peryodu.

Wnioſek. Jeżeli ktorykolwiek Rok Peryodu Juliuſzowſkiego będzie podzielony przez 28, przez 19, y przez 15 reſzta z pierwſzey Dywizyi pokaże okrąg Słońca, z drugiey okrąg Xiężyca czyli liczbę złotą, z trzeciey Indykcyą. Tak podzieliwſzy Rok teraznieyſzy tegoż Peryodu 6489 przez 28, maſz reſztę 21 to ieſt okrąg ſłońca. Powtore podzieliwſzy tenże Rok przez 19, maſz reſztę 10 to ieſt Złotą Liczbę. Potrzecie podzieliwſzy go przez 15 maſz reſztę 9 to ieſt Indykcyą.

PROPOZYCYA XI.

Gdy dany będzie ktorykolwiek Rok przed Narodzeniem Chryſtuſa Pana, doyść na ktory Rok Peryodu Juliuſzowſkiego wypada.

Niechay dany będzie *np.* 4004 Rok przed Narodzeniem Chryſtuſa, na ktory podług naybiegleyſzych Chronologow początek świata przypada. Ten Rok 4004 odciągwſzy od lat 4714, w ktore podług *Prop. poprzedz.* Narodzenie Chryſtuſa przypadło: Reſzta pokaże Rok Peryodu Juliuſzowſkiego 710, ktory był w pierwſzym Roku świata.

Wnioſek. Ztąd gdy dany będzie ktorykolwiek Peryodu Juliuſzowſkiego Rok, łatwo poznać można czyli ten przed Narodzeniem, czyli po Narodzeniu Chryſtuſa Pana przypada. Bo ieżeli dany Rok będzie więkſzy nad 4714, będzie iuż po Narodze-

rodzeniu Chryſtuſa. Tak naznaczywſzy Peryodu Juliuſzowſkiego Rok 6489, y odciąwſzy od niego 4713, zoſtaie ſię teraznieyſzy Ery Chrześciańſkiey Rok 1776. Odciąwſzy zaś Peryodu Juliuſzowſkiego lat 710, od lat 4714 maſz lat 4004 przed Narodzeniem Chryſtuſa.

PROPOZYCYA XII.

Gdy dane będą Okrąg Słońca, Okrąg Mieſiąca, y Indykcya, znaleść Rok Peryodu Juliuſzowſkiego, w ktory przypadaią.

Przez dany okrąg ſłońca zmultyplikuy Summę 4845, przez okrąg Xiężyca 4200, przez Indykcyą 6916, a Summę z tych wſzyſtkich produktow zebraną podzieliwſzy przez 7980. Reſzta pokaże ci Rok Peryodu Juliuſzowſkiego. Weźmy *np.* Cykle Słońca, Xiężyca, y Indykcyą Roku teraznieyſzego 1776.

Słońca	21.	X	4845	=	101745
Xiężyca	10.	X	4200	=	42000
Indykcya	9	X	6916	=	62244
			Summa		205989.

Ta Summa podzielona przez 7980 pokaże Rok Peryodu Juliuſzowſkiego.

Przypiſek. *Liczby zaś wzwyż oznaczone* 4845, 4200, 6916, *ktore przez okrąg Słońca, Xiężyca, y przez Indykcyą maią bydź multyplikowane, iak wynalezione bydź mogą, dłużſzey na to trzeba nauki, ktora nie ieſt mieyſca tego; Do praktyki zaś doſyć ieſt mieć ich wiadomość.*

PRO-

PROPOZYCYA XIII.

Gdy dany będzie ktorykolwiek Rok Peryodu Juliuszowskiego znaleść Lata Olimpiad.

Epocha Olimpiad u Historykow mianowicie Greckich nayslawnieysza zawsze była, gdyż Grecy Lata nawięcey przez Olimpiady rachować zwykli, y ztąd u nich lata Olimpiackie zwały się. Albowiem co czwarty Rok czyli przy zaczęciu każdego piątego Roku w Olimpii Mieście Elidy, przy wielkim Ludu z całey Grecyi ziezdzie igrzyska na honor Herkulesa odprawowali, ktore od Ifita Krola Elidy bądź ustanowione, bądź ponowione były, Roku Peryodu Juliuszowskiego 3938, a przed Narodzeniem Chrystusa 776 Laty.

Gdy więc dany będzie Rok Peryodu Juliuszowskiego, dla zgadnienia na ktory Rok Olimpiad przypada, ieżeli mnieyszy będzie od Lat 3938, Epochę Olimpiad poprzedziły. Tak gdy dany *np.* będzie Rok Peryodu Juliuszowskiego 3103, ktorego się Moyżesz urodził podług rachunkow Petawiusza, odciągam dane 3103 lat od lat 3938, a reszta pokazuie że narodzenie Moyżesza poprzedziło zaczęcie Olmpiad 835 Laty.

Gdy zaś Rok Peryodu Juliuszowskiego *np.* 4714, w ktory się Chrystus Pan narodził większy będzie od Roku 3938 w ktory Olimpiady zaczęte w ten czas ten od tamtego odciągnąwszy, reszta 776, pokaże lata Olimpiad ktore podzieliwszy przez 4 masz Olimpiad 194, y Rok pierwszy zaczynaiący się Olimpiady 195. Więc Chrystus Pan narodził

dził

dził się w Roku pierwszym Olimpiady 195. Gdy na koniec dany będzie Rok Ery Chrześciańskiey *np.* teraznieyszy 1776 do tego dodawszy lat 776 ktore Narodzenie Chrystusa poprzedziły, a Summę 2552 podzieliwszy przez 4 masz Olimpiad 638, y Rok pierwszy zaczynaiącey się Olimpiady 639.

PROPOZYCYA XIV.

Gdy dany będzie Rok Olimpiad, znaleść na ktory Rok Peryodu Juliuszowskiego przypada.

Daymy Olimpiadę 114 przy ktorey zaczęciu Alexander W. iak Historycy piszą umarł. Multyplikuy nayprzod dane Olimpiady przez 4, masz lat 456, a z Rokiem 1 zaczętey Olimpiady Lat 457. Do ktorych przydawszy Lat 3937, ktore Epochę Olimpiad poprzedziły, Summa 4393, da ci R. Peryodu Juliuszowskiego, w ktory Alexander W. umarł.

Podobnie pisze Dyodorus że kończący się Rok pierwszy Olimpiady 94 był Rok 780 po zburzeniu Troi. Wiedząc więc z tegoż Historyka że zburzenie Troi przytrafiło się Roku Peryodu Juliuszowskiego 3530 dodaię lat 780, ktore po tymże zburzeniu upłynęły, y mam Rok 4310 ktory przypada na Rok 1 Olimpiady 94.

Wniosek I. *Należy pomnieć że zburzenie Troi przypada w Roku Peryodu Juliuszowskiego 3530, a zatym pierwszy Rok Epochy od zburzenia Troi iest Rok Peryodu Juliuszowskiego 3531.*

Wniosek II. *Jeżeli od Roku 4714 Peryodu Juliuszowskiego ktory iest pierwszy Ery Chrze-*

ściańſkiey odciągnieſz lat 4393. Reſzta 321 da ci Lata ktoremi śmierć Alexandra Wielkiego Narodzenie Chryſtuſa Pana poprzedziła. Jeżeli zaś od tegoż Roku odciągnieſz lat 3531, będzieſz miał lat 1183 zburzenia Troi przed Narodzeniem Chryſtuſa.

PROPOZYCYA XV.

Gdy dany będzie Rok Peryodu Juliuſzowſkiego, znaleść Rok od założenia Rzymu.

Wiadomo każdemu z Hiſtoryi Rzymſkiey, że Rzymianie w Piſmach y Dzieiach ſwoich Lata od założenia Rzymu liczyli. Zkąd wielce ſławna Epocha od założenia Rzymu *ab Urbe Condita.* Ta podług zdania Warrona za ktorym wſzyſcy uczeni Ludzie poſzli przypada na koniec Roku trzeciego Olimpiady VI. Ktoremu korreſponduie Peryodu Juliuſzowſkiego Rok 3960, albo raczey 3961, gdyż Epochę założenia Rzymu od pierwſzego dnia Stycznia zaraz naſtępuiącego biorą, y ta Epochę Chrześciańſką poprzedziła Laty 753: tak że pierwſzy Rok Narodzenia Chryſtuſa Pana przypada na Rok 754 od założenia Rzymu.

Gdy więc dany Rok Peryodu Juliuſzowſkiego mnieyſzy będzie od Roku 3961, na ktory założenie Rzymu przypadło, odciągnąwſzy liczbę mnieyſzą od więkſzey, reſzta pokaże ci lata przed założeniem Rzymu. Tak wźiąwſzy Rok Peryodu Juliuſzowſkiego 710 na ktory ſtworzenie świata przypada, y odciągnąwſzy go od lat 3961, maſz lat 3251 od ſtworzenia świata do założenia Rzymu. Jeżeli zaś dany

dany Rok Peryodu Juliuſzowſkiego będzie większy od Roku 3961 założenia Rzymu, w ten czas ten od tamtego odciągnąwſzy z reſzty doydzieſz lat od założenia Rzymu upłynionych. Tak odciągnąwſzy lat 3961 od Roku 4814, w ktory Chryſtus Pan przyſzedł na świat, reſzta 753 pokaże ci lata, ktore od założenia Rzymu do Narodzenia Chryſtuſa Pana upłynęły.

PROPOZYCYA XVI.

Gdy dane będą Lata od założenia Rzymu, Peryodu Juliuſzowſkiego, Olimpiad, znaleść Rok Ery Chrześciańſkiey z niemi zgadzaiący ſię.

Piſze Pliniuſz że ſłonie pierwſzy raz we Włoſzech widziano podczas Woyny z Pirruſem Krolem Epiru to ieſt w lat 472 od założenia Rzymu. Pytam nayprzod ktory Rok był na ow czas Peryodu Juliuſzowſkiego? Do lat 472 doday lat Peryodu Juliuſzowſkiego 3960 ktore założenie Rzymu poprzedziły; Summa 4432 daie ci R. tegoż Peryodu. Pytam powtore ktorey Olimpiady, y ktory Rok na ow czas był? Od znaleźionych dopiero peryodu Juliuſzowſkiego lat 4432 odciągniy lat 3938 ktoremi Peryod Juliuſzowſki poprzedził uſtanowienie Olimpiad, reſztę 494 podzieliwſzy przez 4 maſz Olimpiad 123, y R. 2gi Olimpiady 124 *przez Prop. XIII.*

Pytam potrzecie na ktory Rok czy przed Narodzeniem czy po Narodzeniu Chryſtuſa Pana taż Woyna padła? Z lat Peryodu Juliuſzowſkiego 4432 wzwyż znalezionych daie ſię widzieć *przez Wnioſek Prop. XI*, że to przed Erą Chrześciańſką ſtało ſię.

Więc tenże sam Peryodu Juliuszowskiego Rok 4432 odciągnąwszy od tegoż Peryodu Roku 4714 w ktory się Era Chrześciańska zaczęła. Reszta 282 pokazuie ci Rok przed Narodzeniem Chrystusa. Więc słoniow pierwszy raz we Włoszech widziano Roku Peryodu Juliuszowskiego 4431, w Roku drugim Olimpiady 124 po założeniu Rzymu w lat 472, a przed Narodzeniem Chrystusa laty 282.

Wniosek. Gdy dany będzie Rok od założenia Rzymu, lub zgadzaiący się z nim Rok Peryodu Juliuszowskiego łatwo doyść można, ktory to Rok był po zburzeniu Troi; Odciągnąwszy bowiem Epochy Troiańskiey w Peryodzie Juliuszowskim Rok 3630 *przez Wniosek I, Prop. XIII* od lat tegoż Peryodu zgadzaiących się z laty założenia Rzymu, reszta wskaże Rok od Epochy zburzenia Troi. Tak wziąwszy Rok od założenia Rzymu 537, w ktory Rzymianie straszną klęskę przy Jeziorze Trazymenskim od Annibala ponieśli, znayduię nayprzod *przez Część pierwszą tey Prop.* że to był Rok Peryodu Juliuszowskiego 4497 od ktorego odciągnąwszy zburzenia Troi Rok w tymże Peryodzie 3530 *przez Wniosek I, Prop. XIV* reszta 967 pokazuie Rok ktory był od zburzenia Troi.

PROPOZYCYA XVII.

Gdy dany będzie ktorykolwiek Rok Peryodu Juliuszowskiego znaleść początek Roku Egipcyan, czyli Neomenią Thoth.

Ery Nabonassara częsta wzmianka bywa, tak u dawnych Astronomow, iako y u teraznieyszych Chro-

Chronologow, zaczym y na tym mieyscu cokolwiek o niey namienić nie będzie od rzeczy. Nabonassar był Krol Chaldeyski. Od początku Jego panowania Chaldeyczykowie nową Erę czyli Epochę ustanowili, a Egipcyanie ią od nich przeięli. Początek tey Ery przypada na Rok Peryodu Juliuszowskiego 3967. Dzień 16 Lutego na lat 749 przed Narodzeniem Chrystusa.

Ze zaś Era Nabonassara nie z Juliuszowskich, lat się składa, zaczym nayprzod o tych y o ich początku namienić potrzeba. Rok tedy Egipcyan zamyka w sobie okrągło dni 365 bez owych 6 godzin, ktore do tychże 365 dni w każdym Roku z poprawy Juliusza przydawane bywaią. Zkąd idzie że dla opuszczonego w każdym czwartym Roku dnia Przybyszowego; początek Roku Egipcyan (ktory się nazywa Neomenia Thoth) iednym dniem spoznia się y cały Rok Juliuszowski wstecz obchodzi iednym dniem co 4 lata posuwaiąc się w gorę: Tak, że gdyby *np.* w tym Roku, Rok Egipski (czyli Neomenia Thoth) zaczynał się dnia 1 Stycznia, tedy za lat 4, zaczynać się będzie dnia 31 Grudnia, a po 4 znowu latach dnia 30 Grudnia. Aż na koniec za lat 1461 wroci się na dzień 1 Stycznia to iest po upłynionych 1460 latach Juliuszowskich ktore w sobie zamykaią zupełnie lat Egipskich 1461.

W całym zaś Peryodzie Juliuszowskim tylko pięć Lat znayduie się odległych od siebie przeciągiem lat 1460 w ktore tak pierwszego dnia Stycznia, iak ostatniego Grudnia początek Roku Egipskiego przypada, y są następuiące.

1273, 2733, 4193, 5653. 7113.

Gdy tedy dany będzie Rok Peryodu Juliuszowskiego, ażeby znaleść ktorego w nim dnia przypada Rok Egipski tak postąpisz! Dany Rok Peryodu Juliuszowskiego odciągnąwszy od iedney z tych pięciu liczb ktora nad niego będzie większa resztę podziel przez 4: Z tego podzielenia Wieloraz wynikaiący ieżeli będzie mnieyszy od 59, albo ieżeli po Dywizyi co się zostanie, do Wieloraza doday 1, a Summa pokaże ci dzień w Roku Juliuszowskim zaczynaiąc od 1, dnia Stycznia, ktorego się zaczyna Rok Egipski. Jeżeli zaś po uczynioney Dywizyi nic się niezostanie, y Wieloraz iest większy od 59, tedy ten sam przez się dzień pierwszy Roku Egipskiego pokaże.

Daymy więc Rok Peryodu Juliuszowskiego 4714 ktorego się Chrystus urodził; Ten odciągam od iedney z pięciu danych liczb większością nayblíższey to iest od 5653 y mam resztę 939, ktorą podzieliwszy przez 4, mam Wieloraz 234 y zostaie się trzy. Więc do Wieloraza dodawszy 1, mam dzień 235 Roku Juliuszowskiego, w ktory się zaczynał Rok Egipski w Roku pierwszym Ery Chrześciańskiey.

Podobnie chcę wiedzieć na ktory dzień teraznieyszego Roku Juliuszowskiego 6489, a Ery Chrześciańskiey 1776, przypada początek Roku Nabonassara. Więc odciągnąwszy 6489 od iedney z danych pięciu liczb nayblíżey większey 7113 mam dni 131 bez wszelkiey reszty, do ktorych dodawszy dni 11 (dla poprawy Grzegorza) mam

dzień

dzień 142 terazniey ſzego Roku, w ktory ſię zacznie Rok Egipſki, to ieſt dzień 21 Maja.

Na koniec niechay będzie Peryodu Juliuſzowſkiego 3965 ktorego ſię Tobiaſz Starſzy rodził, odciągam tenże Rok od 4193 y zoſtaią ſię 228, ktore podzieliwſzy przez 4 wypadnie 57 bez wſzelkiey reſzty. Więc że ta liczba ieſt mnieyſza od 59, to ieſt od dni, od pierwſzego Stycznia do oſtatniego Lutego upłynionych, ktorym dzień przybyſzowy przydaie ſię, przyłączam do niey 1, y mam dzień 58, na ktory w R. narodzenia Tobiaſza przypadło zaczęcie R. Egipſkiego, to ieſt dzień 27 Lutego.

Przeſtroga. Z drugiego przykładu daie ſię widzieć, że do wynalezionego w Peryodzie Juliuſzowſkim dnia, w ktory ſię zaczyna Rok Egipſki trzeba przydać od Roku Chryſtuſa 1582, aż do Roku 1700 Dni 10, dla poprawy Grzegorza a od Roku 1700, do 1800, Dni 11.

PROPOZYCYA XVIII.

Znaleść pięć Lat w Peryodzie Juliuſzowſkim, od ktorych zaczynaią ſię Lata Nabonaſſara.

Ponieważ Peryod Juliuſzowſki uprzedza początek Swiata Laty 710. w tych nayprzod potrzeba ſzukać początku Lat Egipſkich. Więc podzieliwſzy ie przez 4 będzie Wieloraz 177, do ktorego dodawſzy dni 10 z Grzegorza poprawy będzie Summa 187 a tę odciągnąwſzy od 1460 Lat Juliuſzowſkich, maſz przewyſzkę 1273, to ieſt pierwſzą liczbę lat. Do ktorych dodawſzy 1460 maſz 2733, drugą liczbę y tak daley aż do piątey.

PROPOZYCYA XIX.

Gdy dany będzie ktorykolwiek Rok Peryodu Juliuszowskiego znaleść na ktory Rok Ery Nabonassara przypada.

Naznacz sobie pięć następuiących lat Peryodu Juliuszowskiego A, B, C, D, E, z ktorych w pierwszym zaczęła się Epocha Nabonassara, a cztery następuiące po nim odległe są od siebie przeciągiem lat 1460.

A, 1 B, 2 C, 3 D, 4 E.
3967 4193 5653 7113 8573.

Gdy tedy będzie dany ktorykolwiek Rok Peryodu Juliuszowskiego uważ do ktorey dzielnicy należy, czyli od ktorey z danych pięciu liczb A, B, C, &c. iest nayblizey mnieyszy. A dodawszy do niego liczbę ktora też dzielnicę oznacza, to iest albo 2, albo 3, lub 4, od Summy odciągniy pierwszy termin A. To co się po odciągnieniu zostanie, pokaże Rok Ery Nabonassara ktorego szukasz. Daymy Rok Peryodu Juliuszowskiego 4714, ktory był początkiem Ery Chrześciańskiey. Ten że do drugiey Dzielnicy należy, dodaię do niego 2, a z Summy 4716 odciągnąwszy pierwszą liczbę 3967. Reszta 749 pokazuie Rok Nabonassara ktorego się Chrystus rodził. Tymże sposobem czynię chcąc wiedzieć ktory iest Rok w Erże Nabonassara Rok teraznieyszy 1776, ktory iest w Peryodzie Juliuszowskim 6489, y należy do Dzielnicy trzeciey; więc przydawszy do niego 3, a od summy 5492 odciągwszy 3967. Reszta 2525 pokazuie Rok teraznieyszy Ery Nabonassara.

Przy-

Przyczyna tey Reguły oczywista: Gdyż każda Dzielnica ma w sobie przeciąg 1460 lat Juliuszowskich, ktore czynią lat Egipskich 1461 zaczym w każdey Dzielnicy ieden Rok przybywa; A zatym Peryodu Juliuszowskiego lata, powinny bydź powiększone tylu iednościami, ile iest Dzielnic, ażeby się zrownały zupełnie z laty Nabonassara.

PROPOZYCYA XX.

Lata Nabonassara zamienić w Lata Peryodu Juliuszowskiego.

Naznacz następuiące pięć Liczb. A, B, C, D, E, y ich przedziały 1, 2, 3, 4, a zważywszy do ktorego z nich należy zadany Rok Nabonassara, odciągniy od niego Liczbę tegoż przedziału, a do reszty dodawszy lat 3967 ktore są początkiem Ery Nabonassara, Summa okaże ci Rok Peryodu Juliuszowskiego.

A, 1	B, 2	C, 3	D, 4	E.
1	227	1688	3149	4610.

Daymy Przykład: Pisze Ptolomeusz że zaćmienie Xiężyca było w Roku 5 panowania Nabopolassara ktory iest w Erze Nabonassara 127, pytam ktory na ow czas był Rok Peryodu Juliuszowskiego. Ponieważ liczba 127 należy po pierwszey Dzielnicy, iako większa od 1, a mnieysza od 227, odciągam od niey 1, a do 126 dodawszy 3967 mam Rok Peryodu Juliuszowskiego 4093.

PROPOZYCYA XXI.

Znaleść pięć Liczb do okazania poprzedzaiącey Propozycyi potrzebnych.

Do 4193 liczby na mieyscu drugim *w Prop. XIX* położoney dodawszy znak poprzedzaiącey dzielnicy 1, masz lat 4194, od ktorych odciągnąwszy Rok Peryodu Juliuszowskiego 3967 w ktory zaczęła się Era Nabonassara masz 227. Liczbę drugą B, y znowu do 5653 liczby na mieyscu trzecim, *w Prop. XIX* przydawszy poprzedzaiącey Dzielnicy znak 2, a od Summy 5655 odciągnąwszy 3967 masz 1688 liczbę trzecią y tak daley.

PROPOZYCYA XXII.

W danym Roku Nabonassara dzień tygodniowy znaleść.

Pierwszego Roku Nabonassara początek przypadł na Srzodę. Więc gdy do zadanego Nabonassara Roku dasz 3, a Summę podzielisz przez 7, reszta od podzielenia pozostała pokaże dzień tygodniowy, ktorego się tenże Nabonassara Rok zaczął, a ieżeli od podzielenia nic nie zostanie będzie Sobota. Weźmy Rok teraznieyszy 1776 ktory iest w Erze Nabonassara 2525, dodawszy do niego 3, Summy 2528 dzielę przez 4, y mam Wieloraz 632, a że po Dywizyi nic się nie zostało: Więc w tym Rok Nabonassara zaczął się w Sobotę dnia 22 Maja. Podług tego iak się powiedziało *w Propozycyi XVII.*

A tu niechay będzie koniec Rachunkow tych Chronologicznych Dnia 26 Marca, Roku Peryodu Juliuszowskiego, 6489, Olimpiady 646 Roku drugiego. Od założenia Rzymu 2539 Ery Nabonassara 2525. Chrześciańskiey 1776, ktory iest Przestępny, maiący Litery Niedzielne g. f. Okrąg Słońca 21, Xiężyca 10, Indykcyą 9, a pierwszy po Roku Jubileuszowym 1775.

REGESTR ROZDZIAŁOW Y PROPOZYCYI.

Opisania o Arytmetyce w Powszechności.

ROZDZIAŁ I.

O Rachunkach liczb całkowitych iednego, y rożnego gatunku.

Prop.

ROZDZIAŁ II.
O Rachunkach Liczb Łamanych.

ROZDZIAŁ III.
O liczbach łamanych dziesiątkowych.

Prop.

ROZDZIAŁ IV.
O wyciągnieniu Scian z liezb danych.

ROZDZIAŁ V.
O Regułach wyżſzey Arytmetyki.

Prop.

ROZDZIAŁ VI.

ROZDZIAŁ VII.
O Rachunkach Chronologicznych.

Prop.

Ad M. D. G.